

**TIPO DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO  
EN URUGUAY**

**Diego Aboal  
Febrero de 2003  
DT3/02**

## PRESENTACIÓN

Este Documento de Trabajo es un resultado del Concurso de Proyectos de Investigación en Economía, convocado por el Consejo de la Facultad el 25 de noviembre de 2000.

Se presentaron al llamado nueve proyectos, verificándose el cumplimiento de los requisitos ya que los aspirantes son docentes de la Facultad, menores de 35 años en el momento de abrirse el llamado.

La Comisión Asesora integrada por Sergio Barszcz, Juan J. Goyeneche, Jorge Notaro, Nelson Noya y Nicolás Reig, designó a los evaluadores evitando cualquier tipo de incompatibilidad derivada de los vínculos con el evaluado. Cada proyecto tuvo dos evaluaciones. Para la evaluación se tuvo en cuenta la identificación y la delimitación del o de los problemas a investigar; el rigor y la viabilidad de la metodología; la relevancia y el impacto académico, social y político de los resultados esperados. En cada aspecto los evaluadores asignaron una calificación de Excelente, Muy Bueno, Bueno, Regular o Insuficiente. La Insuficiencia en uno de estos tres aspectos, según el juicio de los evaluadores y el arbitraje de la Comisión, fue causal de exclusión del proyecto.

Se seleccionaron tres proyectos y se asignaron U\$S 3.700 a cada uno, financiados con una donación del Grupo de Viajes Ciencias Económicas 2000. Por orden alfabético,

Aboal, Diego - "Tipo de cambio real de equilibrio en Uruguay: determinantes e implicancias de política."

Amarante, Verónica - "Diferenciales salariales entre el sector público y sector privado"

Kamil, H. y Ons, A. - "Los determinantes de los patrones de comercio bilateral bajo un acuerdo comercial preferencial: una aplicación al caso del Mercosur."

Los informes finales de dichos proyectos se publican en la serie de Documentos de Trabajo del Instituto de Economía. Agradecemos a Ruben Svirsky, corrector de estilo de estos Documentos. A Chantal Stajano y Graciela Di Lorenzo, que desde la secretaría del Instituto apoyaron la edición. A la Oficina de Apuntes del CECEA por su generoso y eficiente apoyo en la publicación de esta serie. Al Grupo de Viajes Ciencias Económicas 2000 por su generoso apoyo financiero.

## 1. INTRODUCCIÓN

El esfuerzo de estimar un tipo de cambio real de equilibrio (*TCRE*) es justificable a partir de por lo menos seis argumentos.

En primer lugar, y tal vez el más importante, la estimación de un tipo de cambio real de equilibrio permite superar una limitación intrínseca a la hipótesis de la paridad de poderes de compra (*PPC*): la imposibilidad de explicar el alejamiento del tipo de cambio real (*TCR*) con respecto a una constante a mediano y largo plazo.

Cancelo, Fernández y Rodríguez (1999), discuten la hipótesis de *PPC* y concluyen que no se cumple la hipótesis en el mediano plazo en Uruguay. Rodríguez, Urrestarazu y Goyeneche (1999) y Lorenzo, Noya y Daude (2000) llegan a conclusiones similares, al analizar la hipótesis de *PPC* de Uruguay con Argentina, Brasil y Estados Unidos.

En segunda instancia, y desde un punto de vista mucho más pragmático, contar con la estimación de un tipo de cambio real de equilibrio permite tener un punto de referencia para adaptar las políticas económicas con el fin de absorber shocks que alteren transitoriamente al tipo de cambio real o a algunos de sus fundamentos. En la medida en que determinados *shocks* regionales o internacionales se perciban como transitorios, la intervención para evitar alteraciones de precios relativos a corto plazo que puedan afectar la asignación de recursos, y el nivel de producción en el caso de rigideces nominales, es deseable. Para realizar esta intervención es necesario contar con una guía para la política cambiaria; esta guía es precisamente el *TCRE*.

En tercer lugar, a través de la observación de las alteraciones en los determinantes del *TCRE* y, por lo tanto, del *TCRE* se puede predecir la evolución futura del *TCR*.

En cuarto lugar, un *TCRE* puede servir como un elemento de control de la consistencia de las políticas monetarias y fiscales. Es decir, puede permitir identificar políticas fiscales y monetarias que causan movimientos no sostenibles en la balanza de pagos. Esta identificación se puede realizar observando la divergencia del *TCR* con respecto al *TCRE*.

En quinto lugar, el *TCRE* es indispensable para la coordinación de zonas cambiarias y procesos de integración. El explicitar la importancia puede ser trivial a la luz de los problemas recientes en el Mercosur, a partir de la devaluación en Brasil y Argentina.

En sexto lugar, el *TCRE* puede ser útil como marco de referencia para identificar ciclos políticos en el *TCR*. Al respecto, existe una literatura teórica en desarrollo (Ghezzi, Stein y Streb, 2000; Assael y Larraín, 1994). Contar con una medida del *TCRE* y del *TCR* actual puede permitir identificar desviaciones que estén asociadas con períodos electorales u otros aspectos políticos.

También puede ser utilizado para discutir conceptos normalmente no bien definidos como el de “atraso cambiario”, el que sólo tiene sentido si tenemos un *TCRE* con el cual comparar el *TCR* actual.

El trabajo se organiza de la siguiente forma. En la sección 2 se presenta el marco teórico de la investigación. En la sección 3 se abordan los aspectos empíricos del problema. Finalmente, en la sección 4 se presentan las conclusiones.

## 2. MARCO TEÓRICO<sup>1</sup>

Este trabajo se desarrolla dentro del marco del modelo que se ha dado en llamar *NATREX (Natural Real Exchange Rate)*.

Según Allen (1997), *NATREX* es el tipo de cambio real ( $R_n$ ) que mantiene el equilibrio en balanza de pagos en ausencia de factores cíclicos, movimientos especulativos de capital y movimientos de las reservas internacionales. Es un tipo de cambio real de equilibrio de mediano plazo, cuando los precios se han ajustado y el producto ha retornado a su nivel potencial.

A continuación presentamos los principales conceptos del enfoque y posponemos hasta la subsección 2.2. el desarrollo explícito del modelo.

El equilibrio de mediano plazo se puede representar como:

$$(1) \quad I-S + SCC = 0$$

donde  $I$ ,  $S$  y  $SCC$  son respectivamente, la inversión (pública y privada), el ahorro (público y privado) y el saldo en cuenta corriente deseados por los agentes, al nivel del producto potencial y con estabilidad de precios. Bajo estos supuestos, la ecuación (1) es una condición de equilibrio en el mercado de bienes y en balanza de pagos.

En una economía con tres bienes ( $x$  = exportables,  $im$  = importables,  $n$  = no comercializables) es útil expresar (1) como:

$$(2) \quad I-S + SCC \circ (X_n + X_x + X_{im}) + (X'_x + X'_{im}) = 0,$$

donde  $X_i$  y  $X'_i$  son los excesos de demanda interna y externa por el bien  $i$ .

En una economía pequeña y abierta, donde el exceso de demanda externa por los bienes comercializables  $x$  y  $im$  es infinitamente elástico a los precios internacionales, tenemos que  $X_x = -X'_x$  y  $X_{im} = -X'_{im}$ . Por lo tanto, la ecuación (2) se transforma en la condición de equilibrio en el mercado de bienes no comercializables.

$$(3) \quad I-S + SCC \circ X_n = 0,$$

Por otra parte,  $I-S$  deseado (por los agentes) representa el flujo neto de activos financieros del país:

$$(4) \quad I-S = X_N + X_L + X_E + X_M$$

siendo  $X_N$  activos no comercializables con el resto del mundo,  $X_L$  activos comercializables de largo plazo,  $X_E$  activos comercializables de corto plazo especulativos y  $X_M$  dinero. A mediano plazo (tal como se entiende en este enfoque)  $X_N = X_E = X_M = 0$ , es decir, el mercado domestico de activos está en equilibrio, el flujo de

---

<sup>1</sup> El desarrollo de esta sección se basa en Lim y Stein (1997) y Allen (1997).

capitales especulativos se cancela y el mercado monetario está en equilibrio, y por lo tanto,  $I-S = X_L$  refleja el flujo neto de capitales de largo plazo, entonces, la ecuación (1) también refleja el equilibrio de balanza de pagos. El tipo de cambio real de equilibrio de mediano plazo, *NATREX*, es el que asegura el cumplimiento de (1).

El enfoque supone que:

$$(5) \quad I-S \equiv f(k, D, Z)$$

$$(6) \quad SCC \equiv f(k, D, R_n, Z)$$

donde  $k$  es el *stock* real de capital interno,  $D$  el endeudamiento neto ( $k-D=W$ , es la riqueza) externo y  $Z$  los fundamentos. En (5) no aparece el tipo de cambio real ( $R$ ), pero éste no es un supuesto relevante en el enfoque, y probablemente sea razonable para economías grandes. En economías pequeñas donde, por ejemplo, se importan maquinas para producir bienes internos, es difícil afirmar que la inversión no depende del tipo de cambio real. En el modelo propuesto por Lim y Stein (1997), que se verá en una subsección posterior, la inversión depende del  $R_n$ .

Los movimientos en  $k$  y  $D$ , y por lo tanto  $W$ , producen alteraciones en el *NATREX*. Cuando se modifica el ahorro, la inversión y la entrada neta de capitales, se alteran los *stocks* de capital, riqueza y deuda externa, modificando por (5) la inversión y el ahorro deseado, así como también el saldo en cuenta corriente deseado, lo que lleva a un nuevo valor de equilibrio de  $R_n$ .

Por otra parte, cuando se modifican los fundamentos exógenos ( $Z$ ) (cambios en la productividad, cambios en la estructura temporal de ahorro, cambios en los términos de intercambio y cambios en las tasas reales de interés internacional) se modifica el *NATREX*, ya que se ven afectados los distintos componentes de (1).

El tipo de cambio real ( $R$ ), puede ser descompuesto en tres componentes:

$$(7) \quad R = (R - R_n) + (R_n - R^*) + R^*$$

donde,  $R_n$  es el tipo de cambio real de equilibrio a medio plazo (*NATREX*) y  $R^*$  es el tipo de cambio real de equilibrio de largo plazo.  $R$  depende de los fundamentos exógenos, de los activos reales  $k$  y  $D$  (o fundamentos endógenos) y de factores cíclicos ( $C$ ),  $R_n$  (*NATREX*) depende de los fundamentos exógenos y endógenos, mientras que el tipo de cambio real de equilibrio de largo plazo (el que puede ser móvil) depende únicamente de los fundamentos:

$$(8) \quad R = R(Z, k, D, C),$$

$$(9) \quad R_n = R_n(Z, k, D),$$

$$(10) \quad R^* = R^*(Z)$$

Este enfoque, pretende ser un enfoque positivo de determinación del tipo de cambio real de equilibrio, ya que el tipo de cambio real de equilibrio que se estima surge de los fundamentos y de las políticas actuales, sin que éstas necesariamente sean deseables o socialmente optimas. Es decir, pretende ser un enfoque positivo al no realizar ningún juicio de valor sobre las políticas fiscales, monetarias o comerciales, y al tomarlas como

dadas para el calculo del tipo de cambio real de equilibrio. Por lo tanto, el tipo de cambio real de equilibrio no tiene por que ser un tipo de cambio real deseable u optimo.

De cualquier forma, algunos críticos señalan (por ejemplo Black, 1994) que este enfoque también es normativo en una forma algo distinta, ya que asume que siempre se está en un entorno del pleno empleo y se trabaja con una cuenta corriente al nivel de pleno empleo.

## 2.1. Crítica al enfoque de Balassa

En el enfoque de Balassa (1964) se trabaja con una economía de dos sectores: comercializable ( $T$ ) y no comercializable ( $N$ ), y en competencia perfecta.

De las condiciones de primer orden de la maximización de beneficios surge que la productividad marginal del trabajo y el capital en cada uno de los sectores debe ser igual al salario real y a la tasa de interés real en el sector:

$$(11) \quad Pm_{LN} = w/P_N$$

$$(12) \quad Pm_{LT} = w/P_T$$

$$(13) \quad Pm_{KN} = i/P_N$$

$$(14) \quad Pm_{KT} = i/P_T$$

donde  $Pm_{jl}$  es la productividad marginal del factor  $j$  en el sector  $l$ ,  $w/P_l$  es el salario real en el sector  $l$ ,  $w$  es el salario nominal y  $P_l$  es el precio del bien en el sector  $l$ ,  $i/P_l$  es el precio marginal real del capital en el sector  $l$ ,  $i$  es la tasa de interés nominal.

Haciendo el cociente de las productividades marginales llegamos a:

$$(15) \quad Pm_{LT}/Pm_{LN} = Pm_{KT}/Pm_{KN} = P_N/P_T = R_N.$$

donde  $R_N$  se define como el tipo de cambio real.

Según el enfoque de Balassa el tipo de cambio real depende de la evolución de la productividad marginal en los distintos sectores de la economía. La crítica que se le hace a este enfoque, y por la cual no es considerado una teoría, es que no explica la productividad del trabajo en los sectores de bienes comercializables y no comercializables.

Si se profundiza un poco en los determinantes de la productividad se puede ver que esta depende del ratio capital trabajo en el sector  $l$ ,  $K_l/L_l = k_l$ , y de la productividad total de factores en el sector,  $u_l$ . Por lo tanto, el enfoque de Balassa se puede reducir a las siguientes ecuaciones:

$$(16) \quad Pm_{LT}(k_t, u_t) = R_N Pm_{LN}(k_n, u_n),$$

$$(17) \quad Pm_{KT}(k_t, u_t) = R_N Pm_{KN}(k_n, u_n),$$

$$(18) \quad K = K_T + K_N$$

donde  $K$  es el *stock* total de capital de la economía.

Dividiendo la expresión (18) por  $L$ , la oferta total de trabajo, tenemos:

$$(19) \quad k = k_T (L_T/L) + k_N (L_N/L) = k_T (L_T/L) + k_N ((1-L_T)/L).$$

Por lo tanto tenemos tres ecuaciones: (16), (17) y (18) y cuatro variables endógenas:  $k_T$ ,  $k_N$ ,  $L_T/L$  y  $R_N$ ; siendo  $u_i$  y  $k$  variables exógenas en el mediano plazo.

Si resolvemos el sistema tenemos que:

$$(20) \quad k_T = f(u_b, u_n, k, R_N)$$

$$(21) \quad k_N = f(u_b, u_n, k, R_N)$$

$$(22) \quad L_T/L = 1 - (L_N/L) = f(u_b, u_n, k, R_N).$$

Nos está faltando una relación para completar la teoría. Es por este motivo, que el enfoque de Balassa no es un modelo completo tal como lo señalan Lim y Stein (1997).

## 2.2. *Un modelo NATREX*

Usando el enfoque de Balassa y agregando nuevas relaciones se llega a un modelo completo de determinación del tipo de cambio real de equilibrio *NATREX*. En los párrafos siguientes veremos un modelo *NATREX* para una economía abierta, tomado de Lim y Stein (1997).

En la economía se producen dos bienes uno no comercializable y uno exportable y se consume el bien no comercializable y un bien importable. El precio del bien no comercializable es  $P_N$ , el precio del bien importable es  $P_M$  y el precio del bien exportable es  $P_X$ . El precio relativo de los no comercializables con respecto a los exportables se define como:  $R_n = (P_N / P_X)$ , mientras que la relación de términos de intercambio se define como:  $T = (P_X / P_M)$ . Es importante notar que el precio relativo no comercializable importable se puede escribir como:  $(P_N / P_M) = R_n T$ .

El modelo consta de siete ecuaciones que se presentan a continuación. Todas las cantidades están medidas en unidades de trabajo.

Equilibrio en el mercado de bienes = equilibrio en mercado de no comercializables:

$$(23) \quad C_n(W=k-D, R_n T, s) + (1-m)I(q) - Q_n(R_n, k; u) = 0,$$

+            -   -            +            + ? ?

donde  $C_n$  es el consumo de bienes no comercializables, y responde positivamente a la riqueza  $W$ , negativamente al precio relativo  $R_n T = (P_N / P_M)$  y negativamente a la propensión a ahorrar  $s$ . Por su parte,  $m$  es la proporción de bienes de capital importados,  $I$  es la inversión que depende positivamente de la  $q$  de Tobin.

$Q_n$  es la oferta de bienes no comercializables la que es función en primera instancia de  $Q_n = Q_n(K_N, L_N; u_n)$  como cualquier función de producción, pero teniendo en cuenta (21) y (22) se la puede expresar en función de  $Rn, k$  y  $u$ , siendo  $u$  el vector  $(u_n, u_t)$ .  $Q_n$  responde positivamente a  $Rn$ , positivamente con respecto a la productividad total de factores del sector no comercializable  $u_n$ , negativamente a  $u_t$ , mientras que el efecto de variaciones de  $k$  depende de si el sector es intensivo en capital o trabajo.

Cuenta corriente:

$$(24) \quad SCC = Q_x(R_n, k; u) - mI(q) - C_m(W=k-D, TR_n; s) - rD.$$

- ? ?            +            +            +            -

El saldo en cuenta corriente  $SCC$  surge de la diferencia entre las exportaciones de bienes y las importaciones de bienes de capital  $mI(q)$ , de bienes de consumo  $C_m$  y el pago de intereses de la deuda externa  $rD$ , donde  $r$  es la tasa de interés de los bonos externos.  $Q_x$  responde positivamente a  $Rn$ , negativamente con respecto a la productividad total de factores del sector  $u_n$ , positivamente a  $u_t$  y el efecto de variaciones de  $k$  depende de si el sector es intensivo en capital o trabajo.  $C_m$  responde positivamente a la riqueza  $W$ , negativamente al precio relativo  $R_n T = (P_N / P_M)$  y negativamente a la propensión a ahorrar  $s$ .

Tipo de cambio real:

$$(25) \quad R = cT(Rn)^a$$

$R = EP/P^*$ , donde  $E$  es el tipo de cambio nominal, medido como la cantidad de moneda extranjera por moneda nacional,  $P$  es un índice de precios interno (deflactor del producto) definido como  $P = P_N^a P_X^{(1-a)}$ , y  $P^*$  son los precios internacionales definidos como  $P^* = P_N^*{}^b P_M^*{}^{(1-b)}$ , donde el \* denota la variable externa. Haciendo cuentas y definiendo  $c = (P_M^*/P_N^*)^b$ , llegamos a (25). Por lo tanto, el tipo de cambio real en el caso de una economía pequeña y abierta está determinado por un componente exógeno  $cT$  y un componente endógeno que surge del modelo:  $Rn$ .

Ecuación de inversión:

$$(26) \quad I = dk/dt + nk = I(k, r, R_n; u, T); \quad dk/dt = I(q)$$

- - ?            +            +

La inversión se puede expresar como  $dK$ , donde  $d$  representa el diferencial de la variable, mientras que la inversión en términos de trabajo se puede escribir como  $I = dK/L$ . Si tomamos el diferencial total de  $k=(K/L)$ , tenemos que  $dk/dt = (dK.L - dL.K)/L^2 = dK/L - (dL/L)(K/L) = I - nk$ , reordenando términos llegamos a la primera igualdad de (26).

Por otra parte, tenemos que la  $q$  de Tobin es el cociente entre el valor actualizado de la productividad marginal del capital  $(Pm_K.P_X/r)$  (los retornos que brinda el capital a precio del bien exportable) y el precio del capital  $P_K = P_m^m P_N^{(1-m)}$  (el costo del capital). El precio del capital es un promedio ponderado del precio del bien no comercializable y del bien importado, ya que la inversión se puede hacer con estos dos tipos de bienes.

Por lo tanto,  $q = (Pm_K.P_X/r)/P_K$ ; si tomamos en cuenta que la  $Pm_K$  depende de  $u$  y  $k$  y que  $P_X/P_K = T^m R_N^{(1-m)}$ , llegamos a que  $q = f(T, R_N, k, u, r)$  y de aquí se deduce (26).



Cuando  $q$  es igual a 1 no se invierte, ya que el costo del capital es igual al flujo de ingresos netos que genera; en caso de ser  $q > 1$  es conveniente invertir.

La inversión responde positivamente a los términos de intercambio, ya que sube el precio de un bien final (bien exportable) con respecto al precio de los productos importados que hacen parte del costo del capital. Por otra parte la mayor productividad total de factores en cualquiera de los sectores aumenta la inversión, mientras que la tasa de interés afecta negativamente, ya que su aumento de ésta implica una reducción de los ingresos futuros de la inversión o, si se quiere ver de otra forma, un mayor costo de oportunidad del dinero. El efecto de  $R_N$  sobre la inversión no es claro, ya que su incremento incentiva la inversión en el sector no comercializable a la vez que desincentiva la inversión en el sector exportador. El efecto de  $k$  sobre la inversión es negativo, ya que a mayor intensidad de capital se tiene una menor productividad marginal, y por lo tanto, un menor rendimiento de la inversión.

Entrada de capital:

$$(27) \quad dD/dt = I - S - nD = SCC - nD$$

Si hacemos  $dD/dt = d(DN/L)/dt = (dDN.L - dL.DN)/L^2 = dDN/L - n.(DN/L) = dDN/L - n.D$ , donde  $DN$  es la deuda nominal, y tenemos en cuenta que  $dDN/L = SCC = I - S$  llegamos a (27). La ecuación (27) muestra que el desahorro interno debe ser financiado por ahorro externo, es decir, con endeudamiento.

Ecuación de ahorro:

$$(28) \quad S = S(k, D; Z) \\ + + ?$$

El ahorro puede expresarse como  $S = (y(k; u) - r^*D) - C(k; D; s)$ , es decir, como el ingreso nacional menos el consumo; de ahí se deriva que el ahorro es función del capital y la deuda. Un incremento en la deuda genera una reducción en la riqueza y por lo tanto un menor consumo lo que desencadena un mayor ahorro; simultáneamente, provoca un menor ingreso nacional por mayor pago de intereses; suponemos que el primer efecto domina al segundo y por lo tanto una mayor deuda genera mayor ahorro. Un incremento en  $k$  tiene dos efectos contrapuestos sobre el ahorro, por un lado incrementa el producto y por otro aumenta la riqueza y, por tanto, el consumo. Supondremos que el primer efecto prima sobre el segundo y, por lo tanto, el ahorro responde positivamente a incrementos en  $k$ . El capital y la deuda de equilibrio son funciones de los fundamentos exógenos  $Z = (u, s, T, r^*)$ , tal como se verá más adelante.

Equilibrio de portafolio:

$$(29) \quad r = r^* + h(D)$$

La tasa de interés interna,  $r$ , es igual a la externa,  $r^*$ , más un premio por riesgo de devaluación,  $h(D)$ , el que es una función creciente del nivel de endeudamiento.

Veamos a continuación cómo se resuelve el modelo formado por las ecuaciones (23)-(29).

Para comprender el funcionamiento del modelo es necesario tener en cuenta algunas cosas: i)  $R_n$  es el precio que equilibra el mercado de bienes no comercializables (ecuación (23)); ii) el mercado de bienes comercializables está siempre en equilibrio, ya que la demanda internacional es infinita al precio internacional, dicho de otro modo, cualquiera sea la oferta al precio internacional la demanda es capaz de absorberla y iii) el otro equilibrio necesario en el modelo es el equilibrio de balanza de pagos o más precisamente de cuenta corriente, para el cual será necesario considerar las ecuaciones (24) a (29).

Como ya se ha dicho,  $R_n$  es la variable que hace equilibrar el mercado de bienes no comercializables en este modelo, dado  $k$ ,  $D$  y  $Z=(u, s, T, r^*)$ .

$$(30) \quad C_n(W=k-D, R_n T, s) + (1-m) I(k, D, R_n; u, T, r^*) = Q_n(R_n, k; u).$$

Por lo tanto, a partir de (34), el  $R_n$  de equilibrio es función de  $k$ ,  $D$  y  $Z$ :

$$(31) \quad R_n = R_n(k, D; Z).$$

Tomando el diferencial total en (31) llegamos a:

$$(32) \quad dR_n/dt = (dR_n/dZ)(dZ/dt) + (dR_n/dk)(dk/dt) + (dR_n/dD)(dD/dt).$$

Sustituyendo (31) en (26) llegamos a que:

$$(33) \quad dk/dt = J(k, D; Z),$$

y teniendo en cuenta (26) a (29) llegamos a:

$$(34) \quad dD/dt = (I-S) = -SCC = L(k, D; Z).$$

En el largo plazo  $dk/dt = dD/dt = 0$ . Es decir, el capital por persona  $k$  se estabiliza al igual que la deuda. Este es un resultado común en la teoría del crecimiento.

Si el capital por ocupado y la deuda son constantes en el largo plazo, se puede utilizar (33) y (34) para despejar  $k$  y  $D$  en función de  $Z$ , es decir, tendríamos que  $k=f(Z)$  y  $D=g(Z)$  y por lo tanto, (32) se podría escribir como:

$$(35) \quad dR_n/dt = (dR_n/dZ)(dZ/dt) + (dR_n/dk)(dk/dZ)(dZ/dt) + (dR_n/dD)(dD/dZ)(dZ/dt).$$

Las ecuaciones (32), (33) y (34) resumen toda la dinámica del modelo. En el siguiente cuadro mostramos la respuesta de las variables endógenas a cambios en las variables exógenas<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Para una explicación más detallada del modelo, véase Lim y Stein (1997).

**Cuadro 1**  
**Efectos en el Equilibrio de los Cambios en las Variables Exógenas**

Variables Exógenas (Z)	$dk/dZ$	$dD/dZ$	$dJ/dZ=J_Z$	$dL/dZ=L_Z$	$dR_n/dZ$
<i>T</i>	+	-	+	+	?
<i>U<sub>n</sub></i>	+	-	+	+	-
<i>u<sub>t</sub></i>	+	-	+	+	+
<i>S</i>	+	-	0	-	-
<i>r*</i>	-	+	-	-	-

Nota: se supone que  $G=(J_KL_F - J_FL_K)>0$ ;  $dk/dZ = (J_ZS_F - J_FS_Z)/G$ ;  $dF/dZ = (J_KS_Z - J_ZS_K)/G$ .  
Fuente: Tabla 3.2 de Lim y Stein (1997).

**Respuesta del tipo de cambio real ( $R_n$ ) ante alteraciones en la propensión a ahorrar ( $s$ )**

A partir de (35) tenemos que el efecto total sobre  $R_n$  de un cambio en  $s$  será igual a:

$$(36) \quad dR_n/ds = \underbrace{dR_n/ds}_{-} + \underbrace{(dR_n/dk)(dk/ds)}_{+} + \underbrace{(dR_n/dD)(dD/ds)}_{+}$$

El primer efecto es el efecto directo vía consumo, y los restantes son efectos indirectos a través de alteraciones en los *stocks* de deuda y capital.

Utilicemos la figura 1 para analizar el efecto sobre el mercado de bienes no comercializables de una reducción en la propensión a ahorrar, y supongamos que partimos del punto  $d$ .

Una disminución en la propensión a ahorrar aumenta el consumo tanto de bienes no comercializables como de bienes comercializables. En el mercado de bienes no comercializables se produce un aumento en la demanda (la nueva curva será  $D(0)$ ) y pasamos al punto  $g$  donde el precio relativo de los bienes no comercializables es mayor (éste es el efecto directo).

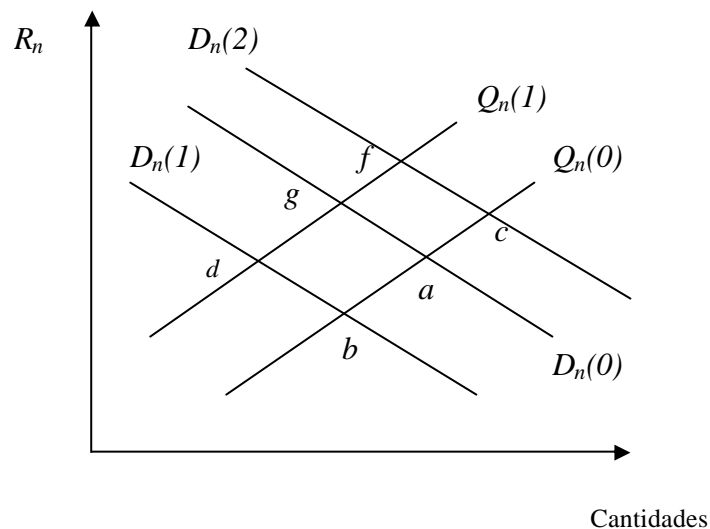
La mayor demanda por los productos que se importan genera un déficit en cuenta corriente. Este déficit aumenta la deuda, lo que a su vez incrementa la tasa de interés interna (al aumentar el riesgo de no pago de la deuda) y desincentiva la formación de capital (reduce por lo tanto la demanda de bienes de capital no comercializables y comercializables). El menor nivel de capital y mayor deuda también implica un efecto riqueza negativo que reduce la demanda por bienes no comercializables de consumo, a esto se suma la ya comentada reducción en la demanda de bienes de inversión no comercializables. Estos efectos se pueden apreciar en el desplazamiento hacia abajo de la curva de demanda (suponemos que retorna exactamente a  $D(1)$ ).

También es necesario tener en cuenta que la menor formación de capital contribuye a disminuir la oferta en el sector de bienes comercializables (intensivo en capital), desplazando mano de obra desde allí hacia el sector no comercializable y aumentando, por tanto, la oferta de bienes no comercializables, traslado de la curva de oferta a  $Q(0)$  (en rigor el efecto podría ser el contrario si el sector no comercializable es el sector intensivo en capital) y llegaríamos a  $a$ .

Resumiendo, el efecto directo de la disminución de la propensión a ahorrar sobre el precio relativo de los bienes no comercializables es positivo y opera a través de una

mayor demanda de bienes de consumo no comercializables. El efecto indirecto a través del aumento de la deuda es negativo, ya que desincentiva la demanda de bienes de inversión (a través del aumento en la tasa de interés interna, por mayor prima de riesgo) y de consumo (a través de un efecto riqueza negativo). El efecto a través de la menor formación de capital es ambiguo en principio, ya que depende de cuál sector es el intensivo en capital. Si suponemos que el sector intensivo en capital es el comercializable entonces el efecto es negativo, ya que al efecto de menor consumo de bienes no comercializables (efecto riqueza) se le suma el efecto a través de una mayor oferta de estos bienes.

**Figura 1**



**Respuesta del tipo de cambio real ( $R_n$ ) ante cambios en la productividad ( $u$ )**

Supongamos que disminuye la productividad relativa en el sector de bienes no comercializables ( $u_n/u_t$ ). A efectos de simplificar el problema, supongamos que únicamente se incrementa la productividad en el sector de bienes comercializables. Los efectos sobre el precio relativo del bien no comercializable son:

$$(37) \quad dR_n/du_t = \underset{(+)}{dR_n/du_t} + \underset{(+)}{(dR_n/dk)(dk/du_t)} + \underset{(+)}{(dR_n/dD)(dD/du_t)}.$$

El primer efecto es el directo. Supongamos que partimos del punto  $a$  en la figura 1, un aumento en la productividad en el sector comercializable desplaza la curva de oferta de  $Q(0)$  a  $Q(1)$ , lo que lleva a un aumento del precio relativo del bien no comercializable, ubicándolo en el punto  $g$ .

Además, el aumento en la productividad del sector comercializable desplaza recursos (capital y trabajo) del sector no comercializable al sector comercializable e incentiva la inversión en este último (esto incentiva la demanda de bienes de inversión comercializables y no comercializables). La mayor producción en el sector comercializable (exportación de bienes) genera un superávit en cuenta corriente. Este superávit genera un menor endeudamiento. Por lo tanto los efectos indirectos implican un desplazamiento de la demanda (por efecto riqueza) desde  $D(0)$  hasta  $D(2)$ , llegando al nuevo punto de equilibrio  $f$ .

Resumiendo la discusión, el incremento en  $u_t$  tiene un efecto negativo sobre la oferta de bienes no comercializables, ya que incentiva el desplazamiento de factores productivos al sector comercializable. Desde el punto de vista de la demanda, los efectos indirectos a través de la acumulación de capital y reducción de endeudamiento implican un aumento en la demanda de bienes no comercializables.

***Respuesta del tipo de cambio real ( $R_n$ ) ante cambios en los términos de intercambio ( $T$ )***

$$(38) \quad dR_n/dT = \underset{(+)}{dR_n/dT} + \underset{(-)}{(dR_n/dk)(dk/dT)} + \underset{(+)}{(dR_n/dD)(dD/dT)}.$$

El efecto directo de los términos de intercambio sobre el precio relativo de los no comercializables es indeterminado. Por una parte su incremento desestimula el consumo de bienes no comercializables ( $R_n T = P_N/P_M$ , dado un  $R_n$  un incremento en  $T$  implica un incremento en el precio de los no comercializables), pero por otra estimula la inversión al bajar el precio de las máquinas importadas (si suponemos que el efecto consumo prima, el efecto sería negativo).

Una mejora en los términos de intercambio incentiva la inversión y la acumulación de capital en el sector de bienes comercializables, con lo cual el stock de capital de largo plazo se incrementa. Por otra parte, una mejora en los términos de intercambio mejora el saldo en cuenta corriente y permite disminuir la deuda de largo plazo. Estos dos efectos implican una mayor riqueza y por lo tanto un mayor consumo de bienes no comercializables. Por otra parte, la mayor rentabilidad del sector exportador desplaza recursos desde el sector no comercializable al comercializable y, por lo tanto, retrae la oferta de bienes no comercializables. Por lo tanto, la suma de los efectos indirectos tiene, al igual que el efecto directo, un signo indeterminado.

***Respuesta del tipo de cambio real ( $R_n$ ) ante cambios en la tasa de interés real internacional ( $r^*$ )***

$$(39) \quad dR_n/dr^* = \underset{(-)}{dR_n/dr^*} + \underset{(-)}{(dR_n/dk)(dk/dr^*)} + \underset{(-)}{(dR_n/dD)(dD/dr^*)}.$$

El efecto directo se procesa sobre la demanda de bienes de inversión, la que se reduce a causa de una menor cantidad de proyectos cuya rentabilidad supera el costo del capital. La menor demanda de bienes de capital no comercializables retrae la demanda de bienes no comercializables, lo que reduce  $R_n$ .

Una tasa de interés internacional mayor también incide sobre el pago de intereses del país, llevando a un déficit en cuenta corriente, el que implica un mayor endeudamiento.

La reducción en la inversión lleva a un stock de capital de largo plazo menor. El menor nivel de capital favorece la oferta de bienes no comercializables en detrimento de los bienes comercializables (intensivos en capital).

La conjunción de un mayor endeudamiento y un menor nivel de capital llevan a una menor riqueza y, por consiguiente, menor demanda de bienes no comercializables.

Por lo tanto, todos los efectos van en la dirección de una menor demanda y una mayor oferta de bienes no comercializables. La consecuencia es una reducción del precio relativo de los bienes no comercializables.

### 3. ANALISIS EMPIRICO

#### 3.1. Las series

Las series utilizadas en este trabajo tienen una frecuencia trimestral y abarcan el período 1986.1-2000.4.

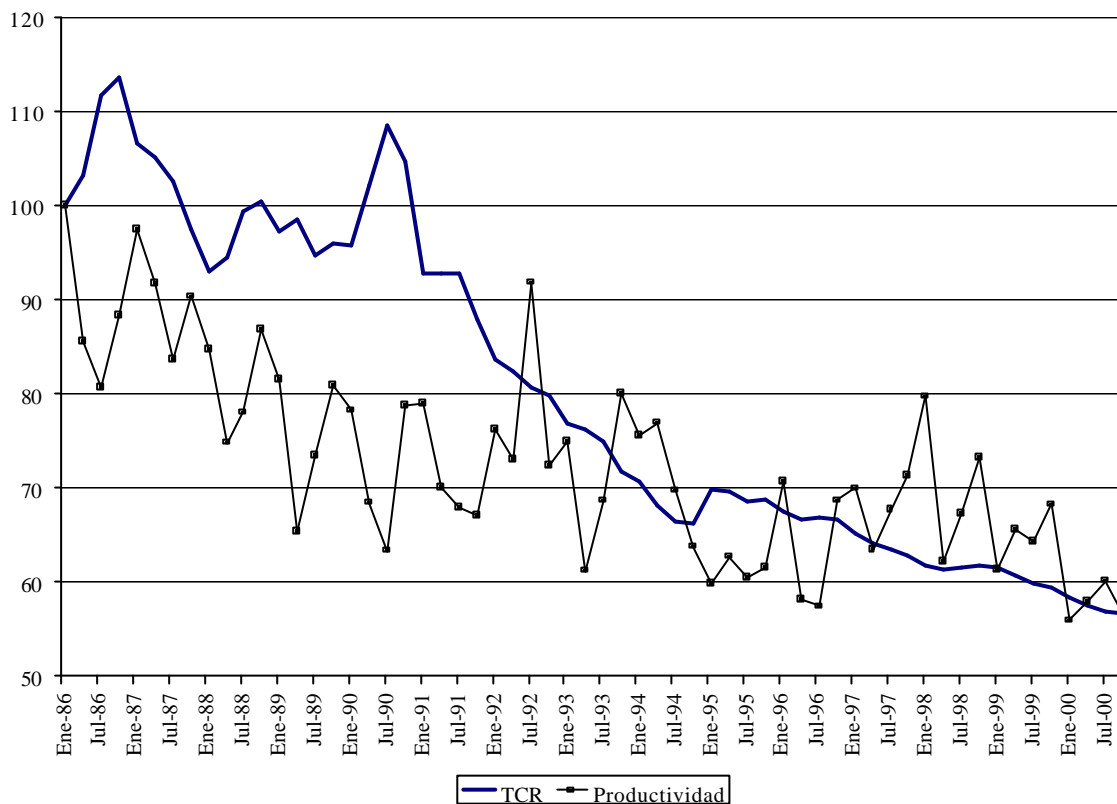
**Cuadro 2**  
**Fuente de los datos utilizados en la investigación**

<i>Variable</i>	<i>Fuente y Principales Características</i>
Indice de precios de bienes comercializables ( $P_T$ )	Se extiende la serie estimada por Canelo y otros (1994), a partir de la descomposición del IPC.
Indice de precios de bienes no comercializables ( $P_N$ )	Se extiende la serie estimada por Canelo y otros (1994), a partir de la descomposición del IPC.
Indice de productividad total de la economía	Se construye a partir del índice de volumen físico del PBI publicado por el BCU y de la estimación de un índice horas totales trabajadas en la economía (a partir de datos de INE).
Indice de productividad de la industria	Se construye a partir del índice de volumen físico del PBI industrial publicado por el BCU y del número de horas trabajadas en la industria publicado por el INE.
Indice de precios de exportaciones	Fuente BCU.
Indice de precios de importaciones	Fuente BCU e INE.
Tasa de interés internacional e inflación internacional	Tasa de interés a 3 meses en Eurodólares en Londres, fuente: <a href="http://www.economagic.com/">http://www.economagic.com/</a> . Inflación de Estados Unidos, fuente: <i>Bureau of Labor Statistics</i> .
Propensión a consumir en la economía	Datos de consumo total y producto bruto interno de cuentas nacionales publicados por el Banco Central del Uruguay.
Tasa de consumo del gobierno	Datos de consumo del gobierno y producto bruto interno de cuentas nacionales publicados por el Banco Central del Uruguay.
Tipo de cambio nominal	BCU.

En los siguientes 5 gráficos se presentan las 6 series que serán objeto de tratamiento empírico en este trabajo.

**Gráfico 1**

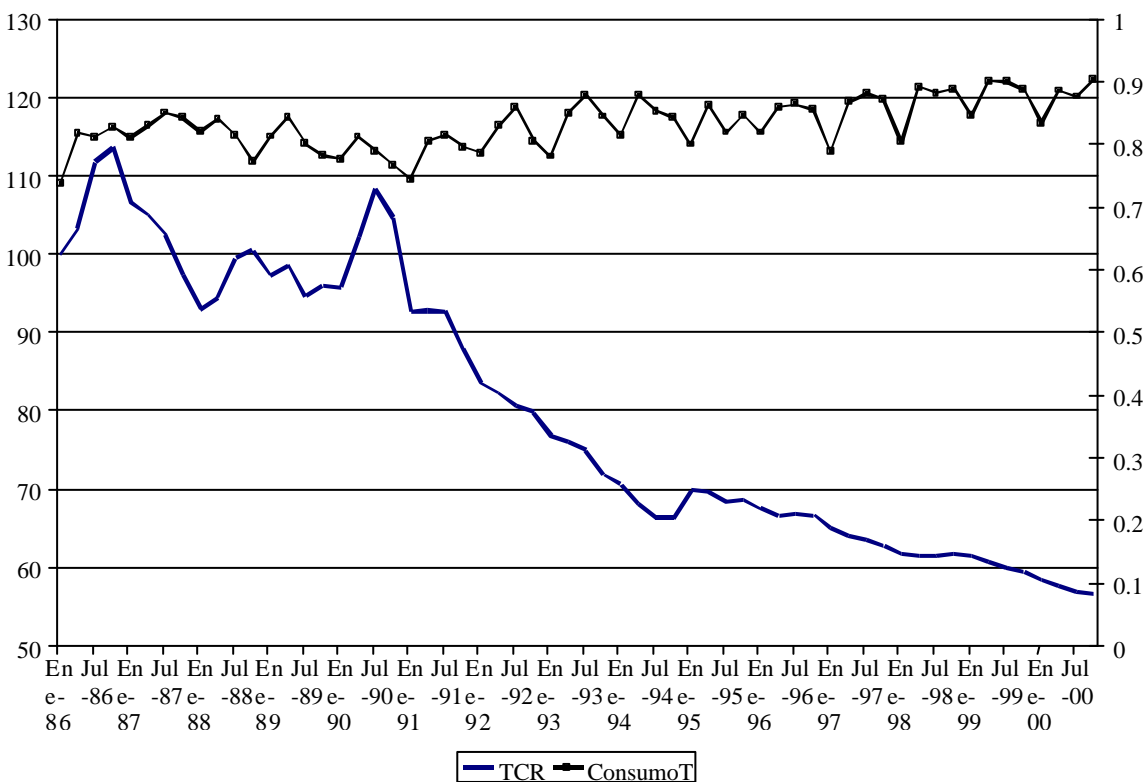
**Productividad Relativa (Total de la Economía/Industria) y Tipo de Cambio Real ( $P_T$**



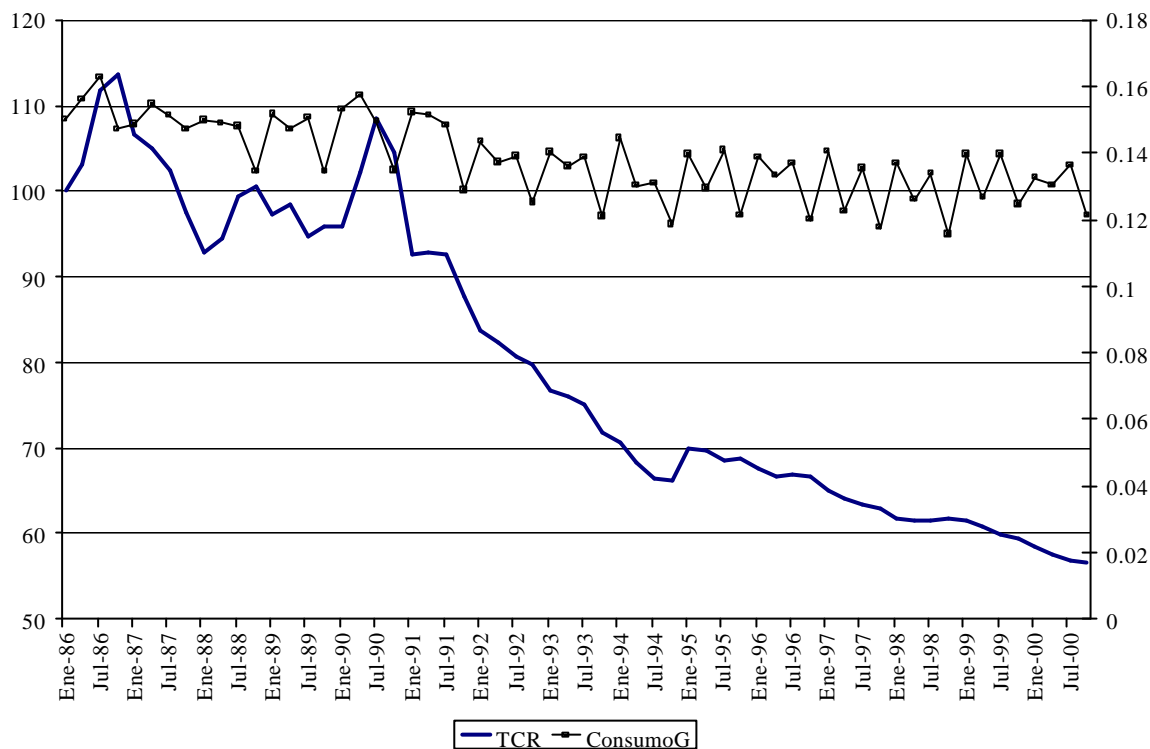
**$/P_N$ ) Indices 1986.1=100**

**Gráfico 2**

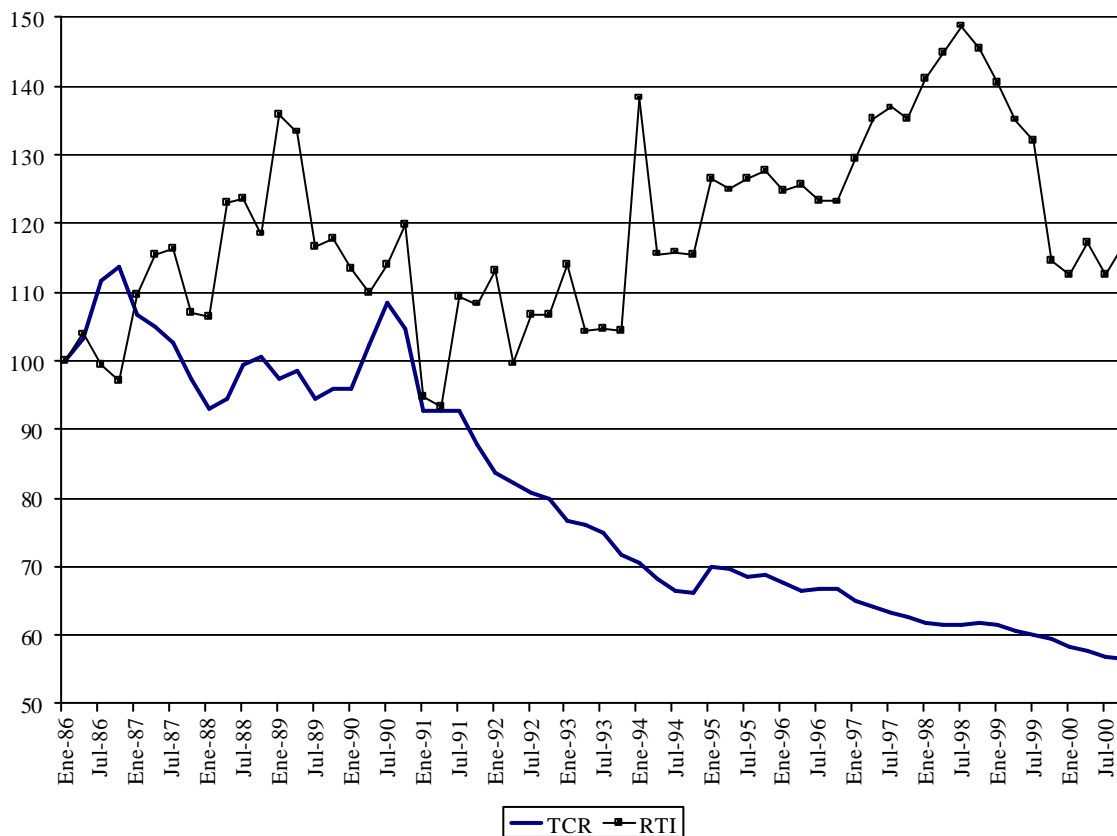
**Consumo Total (como proporción del producto) y Tipo de Cambio Real ( $P_T/P_N$ , 1986.1=100)**



**Gráfico 3**  
**Consumo Público (como proporción del producto) y Tipo de Cambio Real ( $P_T/P_N$ , 1986.1=100)**

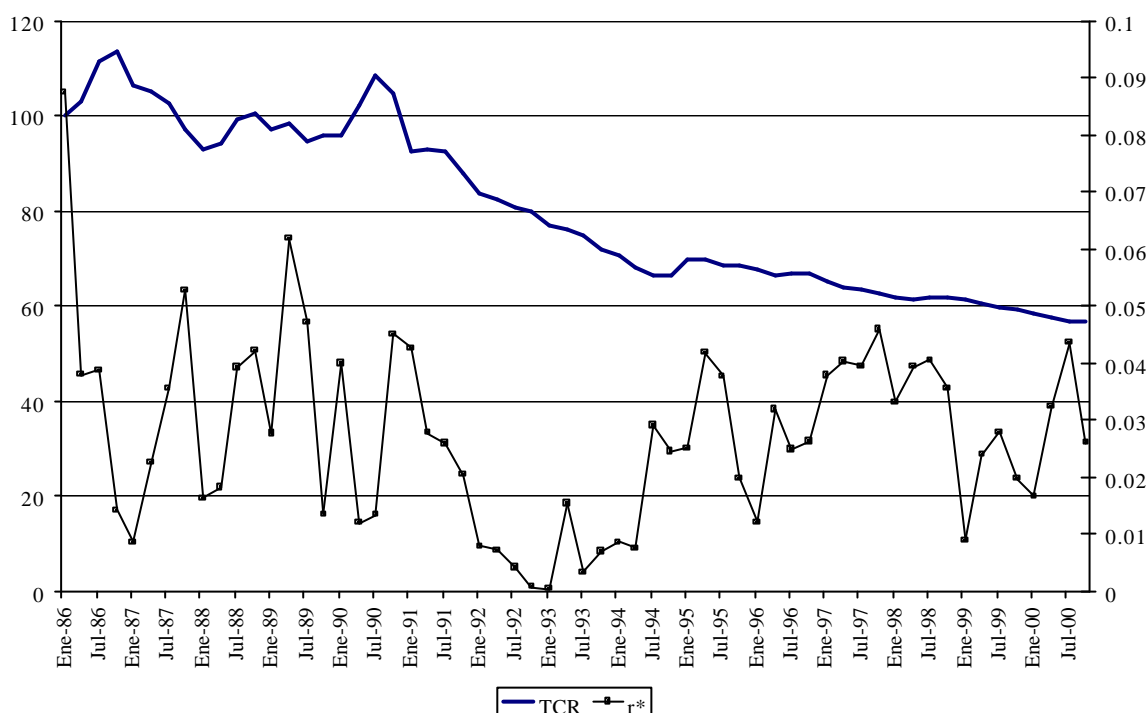


**Gráfico 4**  
**Relación de Términos de Intercambio ( $P_X/P_M$ ) y Tipo de Cambio Real ( $P_T/P_N$ )**  
**Indices 1986.1=100**





**Gráfico 5**  
**Tasa de interés internacional real y Tipo de Cambio Real ( $P_T/P_N$ , 1986.1=100)**



### 3.2. Estimación del tipo de cambio real de equilibrio

La modelización empírica se centrará en la estimación de una versión linealizada de la ecuación (31). La estimación se realizará a través de un modelo vectorial con término de corrección de error, VECM (*vector error correction model*). En el anexo metodológico se presenta los conceptos básicos de este tipo de modelos.

La nomenclatura adoptada para el vector de variables *a priori* endógenas<sup>3</sup>  $y_t$  es la siguiente:

$$y_t = [TCR_t, Productividad_t, ConsumoT_t, ConsumoG_t, RTI_t, r^*_t]'$$

donde:

*TCR*: índice de precios de comercializables sobre índice de precios de no comercializables (a partir de descomposición del IPC),

*Productividad*: productividad media total de la economía sobre productividad media de la industria,

*ConsumoT*: ratio entre consumo total de la economía y producto bruto interno,

*ConsumoG*: ratio entre consumo del gobierno y producto bruto interno,

*RTI*: relación de términos de intercambio, definido como el cociente de precios de bienes exportables sobre precios de bienes importables,

<sup>3</sup> Las pruebas de exogeneidad se presentan más adelante en el trabajo.

$r^*$ : tasa de interés real internacional.

En la estimación se incluyen, además, un término constante y tres variables deterministas estacionales centradas.

### 3.2.1. Contraste de raíces unitarias

La inspección visual de las series presentadas en los gráficos 1-5 permite presumir que las mismas no son estacionarias en media. En el siguiente cuadro se presenta el resultado de las pruebas de contraste de raíces unitarias, las que confirman que todas las series analizadas son integradas de orden 1, a excepción tal vez de  $r^*$ .

La duda con respecto a la estacionariedad de la tasa de interés real internacional desaparece si exigimos un nivel de 95% de confianza para rechazar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria.

**Cuadro 3**  
**Contraste de Raíces Unitarias**

	<i>Estadístico de Dickey-Fuller Aumentado (1)</i>		
	<i>Nivel</i>	<i>Primera Diferencia</i>	<i>Orden de Integración</i>
<i>TCR</i>	-1.22	-6.63***	1
<i>Productividad</i>	-1.38	-8.19***	1
<i>ConsumoT</i>	-0.43	-4.81***	1
<i>ConsumoG</i>	-1.36	-4.08***	1
<i>RTI</i>	-2.44	-7.25***	1
$r^*$	-2.76*	-5.46***	0-1

Nota: (1) Solo se presenta el resultado de la prueba incluyendo constante y sin tendencia cuando las variables están en nivel y sin constante, sin tendencia con las variables en diferencia. Se puso a prueba la hipótesis de raíz unitaria bajo las otras especificaciones sin que en ningún caso se pudiera rechazar la hipótesis al 95% de confianza en niveles. El número de rezago óptimo se determinó a partir del criterio de información de Akaike.

\*, \*\*, \*\*\*, rechazo la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria al 90%, 95% y 99% de confianza respectivamente.

### 3.2.2. Relaciones de cointegración

Luego de haber realizado los contrastes de raíces unitarias, procederemos a la determinación del número de relaciones de cointegración que presentan las series a partir del método de Johansen<sup>4</sup>. Simultáneamente se determinará el número de rezagos a incluir en el sistema VAR, de forma que los residuos cumplan con las propiedades deseables. La decisión sobre el número de rezago óptimo se tomará de acuerdo al Criterio de Información de Akaike y a la prueba F de exclusión de rezagos.

El cuadro 4 resume los principales resultados.

<sup>4</sup> Véase Anexo.

**Cuadro 4**  
**Pruebas para selección del número de rezagos**

Hipótesis	Estadístico F
4 rezagos --> 2 rezagos	F(72, 130) = 1.6723 (0.0056) ***
4 rezagos --> 3 rezagos	F(36, 103) = 1.6726 (0.0235) **
Rezagos (1)	Criterio de Akaike
2	5.440
3	4.902
4	4.893

Notas: \*, (\*\*), (\*\*\*) se rechaza la hipótesis nula al 90%, 95% y 99% de confianza respectivamente. Entre paréntesis se presenta el valor p.

(1) Se elige el número de rezagos que brinde un menor valor del estadístico de Akaike.

De acuerdo con el Criterio de Información de Akaike, la formulación VAR(4) es la más adecuada. Esta conclusión se confirma con la prueba de exclusión de rezagos en la que se rechaza la hipótesis de un sistema VAR más parco (con 2 y 3 rezagos).

**Cuadro 5**  
**Bondad del Ajuste del Modelo con 4 Rezagos**

Estadístico	TCR	Produc.	RTI	ConsumoT	ConsumoG	r*
<i>Hipótesis</i>						
Significación de los parámetros AR1-4 $F_{(4, 24)}$	1,03	0,26	0,21	0,29	3,58**	0,54
Varianza Constante de los Residuos $F_{(4, 20)}$	0,55	0,16	0,12	0,12	0,54	0,14
Distribución Normal de los Residuos $\chi^2_{(2)}$	3,46	2,15	6,95**	0,85	0,19	1,22
Tests multivariados: Normalidad del vector $\chi^2_{N.D.(12)} = 12,24$						
Notas: *, (**), (***) se rechaza la hipótesis nula al 90%, 95% y 99% de confianza respectivamente.						

Todos los residuos del modelo VAR(4) son bien comportados a excepción de los residuos de la variable RTI, los que presentan un problema de no normalidad al 95% de confianza, consecuencia de una observación atípica.

Los parámetros de orden tres y cuatro del gasto público no son significativamente distintos de cero, eso lleva a que en la prueba sobre la totalidad de los parámetros no se pueda rechazar la hipótesis de nulidad de los mismos. De cualquier forma, el que esté sobreparametrizada una de las variables no es algo grave, más allá de la pérdida de grados de libertad.

Por lo tanto, de aquí en adelante se especificará el sistema con cuatro rezagos y se procederá a la prueba de cointegración de Johansen.

La realización de la prueba de cointegración de Johansen determina la existencia de una única relación de equilibrio significativa al 5% tanto con el estadístico  $I_{traza}$  como con  $I_{tmáx}$ . En el cuadro 6 se muestran los resultados de la prueba.



**Cuadro 8**  
**Coefficientes de Ajuste de las Variables a los Desequilibrios**

	<i>TCR</i>	<i>Productividad</i>	<i>ConsumoT</i>	<i>ConsumoG</i>
Término de Corrección de Error	-0,259	0,703	-0,108	0,945
Desvío estándar	0,187	0,517	0,198	0,185

**Exogeneidad débil**

La teoría indica que el tipo de cambio es una variable endógena que se ajusta a los cambios en las variables exógenas: diferencial de productividad, propensión a consumir, relación de términos de intercambio y tasa de interés real internacional. Sin embargo, desde el punto de vista empírico la exogeneidad o endogeneidad de las variables se debe probar.

Para probar que alguna de las variables que entra en la relación de cointegración es débilmente exógena con respecto a las demás es necesario probar que esa variable no se ajusta a los desequilibrios o, lo que es igual, probar que los coeficientes de ajuste de estas variables son nulos.

En el siguiente cuadro se presentan los resultados de las pruebas.

**Cuadro 9**  
**Prueba de Nulidad de los Coeficientes de Ajuste**

<i>Productividad</i>	<i>ConsumoT</i>	<i>Productividad y ConsumoT</i>	<i>TCR</i>	<i>ConsumoG</i>
2,34	0,39	3,10	2,62*	25,73***

Notas: \*(\*\*)(\*\*\*) se rechaza la hipótesis nula al 90%, 95% y 99% de significación respectivamente.

La prueba permite rechazar al 90% de confianza la hipótesis de que las variables *TCR* y *ConsumoG* sean exógenas, mientras que no permite rechazar que las variables *Productividad* y *ConsumoT* lo sean.

Esta evidencia está refutando la teoría de que la única variable endógena es el tipo de cambio real. Es más, si somos algo más exigentes con la prueba y sólo consideramos niveles de confianza superiores al 95% para rechazar la hipótesis de exogeneidad, el tipo de cambio real podría ser considerado como una variable exógena.

La evidencia sugiere que el consumo público ha sido una variable clave a la hora del ajuste hacia el equilibrio.

A continuación presentamos el modelo final, que incorpora la restricción de que las variables *Productividad* y *ConsumoT* son débilmente exógenas.

$$(42) \quad TCR_t = 20,38 + 0,49 Productividad_t - 1,21 ConsumoT_t + 1,80 ConsumoG_t$$

(11,66) (0,04) (0,07) (0,07)

Esta es la relación de equilibrio de largo plazo en donde todos los coeficientes son significativamente distintos de cero al 99% de confianza.

En el cuadro 10 mostramos los parámetros de ajuste al equilibrio de las variables endógenas *TCR* y *ConsumoG*.

**Cuadro 10**  
***Coefficientes de Ajuste de las Variables a los Desequilibrios***

	<i>TCR</i>	<i>ConsumoG</i>
Término de Corrección de Error	-0,22	1,04
Desvío estándar	0,16	0,18

Estos coeficientes muestran que en un trimestre el tipo de cambio real ajusta un 22% del desequilibrio, mientras que el consumo del gobierno se ubica a una distancia de 4% del equilibrio en un trimestre y, por lo tanto, se ajusta en un 96%.

Estos coeficientes sugieren que el *TCR*, o sus componentes los precios y el tipo de cambio nominal, corrigen el desajuste con menor velocidad que el consumo público.

### ***Interpretación de los resultados***

Antes de pasar al análisis más detallado de los resultados es conveniente tener claro qué es lo que nos permiten y lo que no nos permiten decir las estimaciones realizadas.

En primer lugar, nuestra estimación es útil a los efectos de determinar cuáles son las variables que presentan una relación de equilibrio con el tipo de cambio real. Es decir, cuáles son las variables que se atraen mutuamente, para que la relación de equilibrio se mantenga.

Es de utilidad, además, para analizar las discrepancias que se dan en el corto plazo a causa de factores puramente cíclicos. Es decir, las variables que son parte de la relación de equilibrio, debido a que presentan rigideces de distinto grado, pueden alejarse transitoriamente de la relación de mediano y largo plazo. Entonces, es posible identificar los momentos donde se producen desequilibrios.

También es relevante para determinar sobre cuales variables ha recaído el peso del ajuste cuando han sucedido desequilibrios.

Sin embargo, nuestras estimaciones no nos permiten hacer un juicio normativo, sobre lo adecuado de que el ajuste recaiga sobre una u otra variable. Para esto es necesario contar con una función de pérdidas donde se ponderen los distintos objetivos de la política económica, la que necesariamente será subjetiva.

Pasemos, ahora sí, al análisis de los resultados.

Lo ocurrido en Uruguay en la última década del siglo XX parece ajustarse relativamente bien a lo discutido en la sección 2, a propósito de los efectos de una reducción en la propensión a ahorrar en la economía y de un incremento en la productividad relativa del sector comercializable.

Tanto el incremento de la productividad relativa del sector comercializable como el aumento de la propensión a consumir en la economía, seguramente han inducido, a través del efecto directo de menor oferta y mayor demanda en el sector no

comercializable, la reducción en el *TCR*, tal como se discutió en marco del modelo teórico expuesto en la sección 2.

Simultáneamente, esta evolución de la productividad y la propensión a consumir tiene efectos contrapuestos sobre la acumulación de capital y el endeudamiento externo del país y, por lo tanto, sobre la oferta y demanda de bienes no comercializables en segunda instancia.

El incremento en la productividad del sector comercializables también propicia la acumulación de capital en el sector y la reducción del endeudamiento por la vía del incremento de saldos exportables. Por su parte, el aumento de la propensión a consumir genera mayor endeudamiento al aumentar la demanda de bienes importables y puede reducir la acumulación de capital al fomentar el sector no comercializable, el que presumimos no intensivo en capital. Por lo tanto, los efectos indirectos, al ser contrapuestos, no tienen un signo definido.

La suma de todos estos efectos ha ido, en el caso de Uruguay, en la dirección de los efectos directos, ya que se ha observado una reducción en tipo de cambio real o si se prefiere un aumento en el precio relativo de los bienes no comercializables.

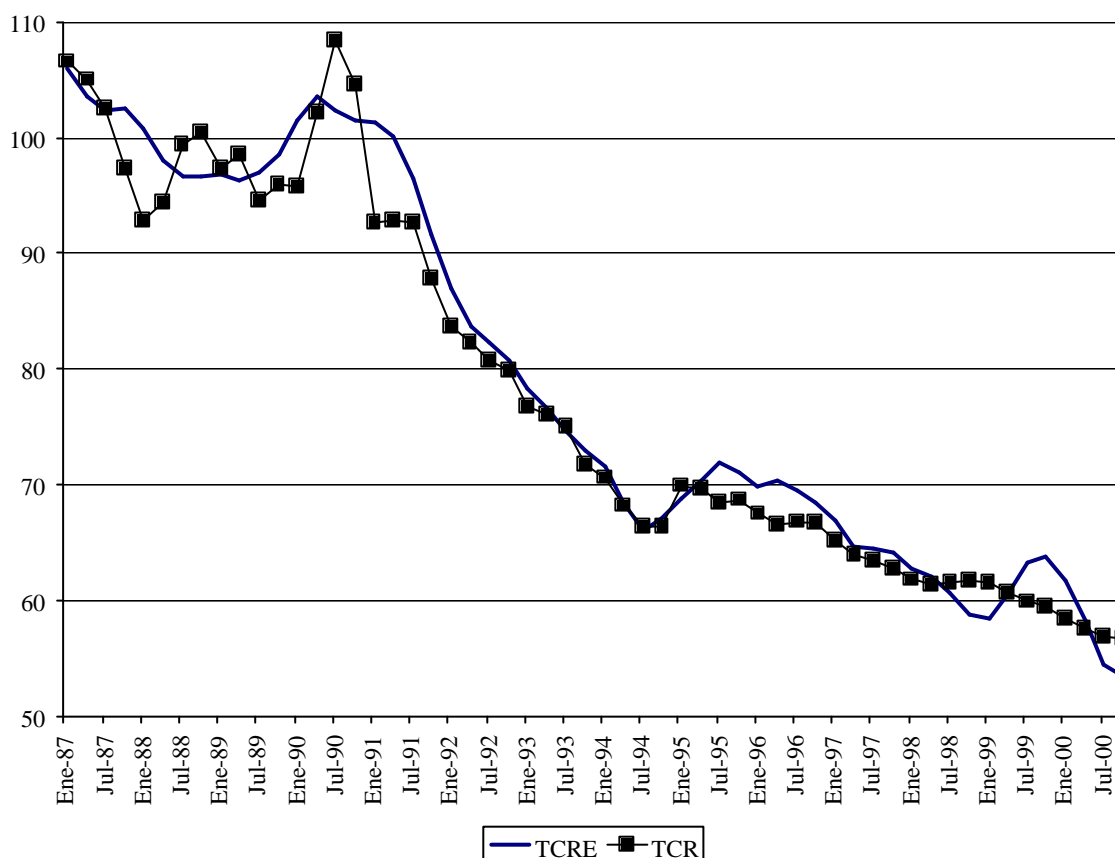
Si bien el modelo teórico que hemos utilizado para nuestro análisis empírico no distingue entre propensión a consumir o ahorrar del sector público y privado, creímos conveniente analizar un posible efecto diferencial del consumo público.

En efecto, el coeficiente de la propensión a consumir del sector público presenta signo positivo. De cualquier forma, el signo relevante es el que surge de la suma de los coeficientes de la propensión a consumir total y la propensión a consumir del gobierno:  $-1,21 \text{ ConsumoT} + 1,80 \text{ ConsumoG} = -1,21(\text{ConsumoP} + \text{ConsumoG}) + 1,80 \text{ ConsumoG} = -1,21 \text{ ConsumoP} + 0,59 \text{ ConsumoG}$ , donde *ConsumoP*, significa propensión a consumir del sector privado. Para probar que el coeficiente neto de la variable *ConsumoG*, es significativamente distinto de cero se puso a prueba la hipótesis de que la suma de los coeficientes de las variables *ConsumoT* y *ConsumoG* es igual a cero, y esta hipótesis se rechazó al 99% de confianza.

En términos teóricos el signo del coeficiente de *ConsumoG* no está definido, ya que depende de la proporción de bienes de consumo comercializables y no comercializables que demanda el sector público, sobre la cual en el caso de Uruguay no tenemos un *a priori*. El signo positivo nos está indicando que un mayor consumo del gobierno implica una presión sobre la cuenta corriente y, por lo tanto, se requiere un aumento del tipo de cambio real para mantener el equilibrio.

Lo que es importante notar es que el consumo público en Uruguay ha sido una variable que ha contribuido a la consistencia del tipo de cambio real efectivo y los fundamentos exógenos (la productividad relativa y la propensión a consumir o ahorrar de la economía), ya que ha sido una variable endógena que se ha ajustado con mayor velocidad que el tipo de cambio real a los desequilibrios con los fundamentos.

**Gráfico 6**  
**Tipo de Cambio Real y Tipo de Cambio Real de Equilibrio**



El gráfico 6 muestra el tipo de cambio real y el tipo de cambio real de equilibrio estimado. El tipo de cambio real de equilibrio estimado surge de aplicar los coeficientes presentados en la ecuación (42) sobre las series depuradas de los componentes estacionales e irregulares.

Con respecto a los desalineamientos, no siempre ha sido el tipo de cambio real el que se ha apartado de la relación de equilibrio. Es más, a juzgar por el gráfico 6, se podría decir que los *shocks* enfrentados por la economía en la década de los 90 se han reflejado más sobre las otras variables que sobre el tipo de cambio real. Por ejemplo, el shock recibido desde Brasil en 1999 parece haber afectado más a los demás fundamentos que al tipo de cambio real observado, y esto fue, en definitiva, lo que determinó que el tipo de cambio real observado permaneciera por debajo del equilibrio.

El gráfico 6 nos muestra, además, que los desalineamientos de importancia han sido más frecuentes en el período pre estabilización 1987-1991 y en el período 1995-2000, donde la economía recibió importantes shocks externos.

Sin embargo, la evolución del tipo de cambio real es bastante distinta en estos dos períodos. Probablemente esto se deba a que la velocidad de convergencia hacia el equilibrio del tipo de cambio real sea distinta, dados los distintos regímenes cambiarios imperantes.



Para poner a prueba esta hipótesis, se procedió a la reestimación del modelo para el período 1992.1-2000.4.

Los parámetros de la relación de largo plazo son algo distintos a los estimados con la muestra completa<sup>5</sup>, sin embargo, no se pudo rechazar la hipótesis de que son iguales<sup>6</sup>.

El cuadro 11 nos muestra que los coeficientes de ajuste de las variables a los desequilibrios son significativamente distintos a los presentados en el cuadro 8.

**Cuadro 11**  
**Coefficientes de Ajuste de las Variables a los Desequilibrios**

	<i>TCR</i>	<i>Productividad</i>	<i>ConsumoT</i>	<i>ConsumoG</i>
Término de Corrección de Error	-0,03	1,63	0,23	0,63
Desvío estándar	0,111	0,696	0,226	0,245

**Cuadro 12**  
**Prueba de Nulidad de los Coeficientes de Ajuste**

<i>Productividad</i>	<i>ConsumoT</i>	<i>TCR</i>	<i>ConsumoG</i>
6,70***	1,86	0,12	7,48***

Notas: \*(\*\*)(\*\*\*) se rechaza la hipótesis nula al 90%, 95% y 99% de significación respectivamente.

Los resultados presentados en el cuadro 12 son de mucha importancia, ya que muestran un comportamiento diferencial de las variables *TCR* y *Productividad* en el período 1992.1-2000.4 con respecto a lo que sucedía en promedio en todo el período. Luego del plan de estabilización, donde el régimen cambiario pasó a ser más rígido que en el período 1986.1-1991.4, la *Productividad* se tornó una variable importante de ajuste para la consistencia de los fundamentos con el *TCR*. El tipo de cambio real se comportó como una variable débilmente exógena que no se ajustó a los desequilibrios.

Como era de esperar, el régimen cambiario es relevante desde el punto de vista de cuáles son las variables que corrigen los desequilibrios, así como también de su velocidad de ajuste.

### 3.3. Desalineamiento y variables de ciclo

En la sección 2 del trabajo señalábamos que el tipo de cambio real se podía descomponer en tres factores. Por comodidad de exposición reproducimos la ecuación (11):

$$(11) \quad R \circ (R - R_n) + (R_n - R^*) + R^*$$

El tipo de cambio real estimado en este trabajo representa el término  $R_n$ , es decir, es un tipo de cambio real de mediano plazo.

<sup>5</sup>  $TCR_t = -56,40 + 0,71 Productividad_t - 0,99 ConsumoT_t + 2,27 ConsumoG_t$ .

<sup>6</sup> El estadístico Chi cuadrado tiene un valor de 4,34 y el valor p es 0,23.

El desalineamiento es la diferencia entre el tipo de cambio real actual y el tipo de cambio real de mediano plazo ( $R - R_n$ ).

Si volvemos a las ecuaciones (12) y (13) podremos observar que el desalineamiento está relacionado con factores cíclicos. En esta subsección buscaremos relacionar el desalineamiento con el ciclo en tres variables clave de una economía abierta: la devaluación (o más precisamente la tasa de crecimiento del tipo de cambio nominal), la inflación en bienes no comercializables y el producto.

Antes de pasar a la estimación de la relación entre estas variables, analicemos en términos teóricos la interacción entre ellas.

Partamos de un shock sobre una de ellas y veamos como deberían reaccionar las demás, teniendo en mente el modelo teórico desarrollado en la sección 2 y suponiendo que existen rigideces nominales.

**Cuadro 13**  
**Shocks sobre las distintas variables partiendo del equilibrio**

<i>Shock + sobre:</i>	<i>Respuesta de las demás variables</i>			
	<i>Devaluación</i>	<i>Inflación no Com.</i>	<i>Producto</i>	<i>Desalineamiento</i>
				<i>o</i>
<i>Desalineamiento</i>	-	+	+	
<i>Inflación no Com.</i>	+		-	-
<i>Devaluación</i>		+	+	+

Supongamos que partimos de un desalineamiento del tipo de cambio real negativo causado por una reducción de los precios en dólares de los productos que exporta el país (bienes comercializables). Como ejemplo, podemos pensar en lo que sucedió a partir de la devaluación en Brasil.

Desde el punto de vista de los bienes comercializables, este shock desestimula su producción (exportaciones) y estimula su demanda (importaciones), lo genera un déficit en cuenta corriente y desempleo o caída de producto, siempre y cuando supongamos que no existe un ajuste instantáneo a la baja de los precios de los bienes no comercializables o al alza del tipo de cambio que compense completamente el shock negativo. Por lo tanto, si existen rigideces nominales, observaremos desinflación en bienes no comercializables, incremento de la devaluación (esto depende del régimen cambiario) y caída del producto por debajo del potencial.

Por otra parte, si partimos del equilibrio y se produce una mayor devaluación, esto genera un desalineamiento positivo del tipo de cambio real, lo que incentiva la producción de bienes comercializables y produce un desalineamiento positivo del producto. El desalineamiento del tipo de cambio real y el producto generan presiones inflacionarias en los bienes no comercializables.

Si el shock se produce sobre la inflación de los bienes no comercializables, se genera un desalineamiento negativo del tipo de cambio real, lo que desestimula la producción de bienes no comercializables, generando una caída del producto y un déficit en cuenta corriente, lo que genera presiones positivas sobre la devaluación.

### 3.3.1. Estimación de los componentes cíclicos

Desde el punto de vista empírico, el problema de la estimación de componentes inobservables en series temporales ha sido extensamente analizado por la literatura sobre extracción de señales. Tradicionalmente la extracción de señales sobre una serie temporal ( $Z_t$ ) se realiza sobre cuatro tipos de componentes no observables: *i*) tendencia ( $T_t$ ), que recoge la evolución subyacente de la serie; *ii*) estacionalidad ( $S_t$ ), que condensa las oscilaciones sistemáticas cuasi-regulares de la serie dentro del año; *iii*) ciclo ( $C_t$ ), que aglomera desviaciones sistemáticas respecto a la tendencia, distintas de la estacionalidad; *iv*) irregular ( $I_t$ ) o ruido residual. De este modo, la serie original podría desagregarse de la siguiente forma:

$$Z_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

Si la descomposición fuese multiplicativa, se llegaría a una expresión análoga simplemente tomando logaritmos.

En los últimos años se han propuesto distintas metodologías para estimar componentes inobservables. Dentro de los métodos univariantes, en la literatura se suele distinguir entre métodos empiricistas y los basados en modelos estadísticos. Los denominados métodos empiricistas se caracterizan por hacer una descomposición basada en filtros lineales cuya estructura y parámetros no dependen de la naturaleza de los datos sino que tienen valores prefijados. Los procedimientos empiricistas más representativos en economía son: el método X-11 o sus posteriores X-11 y X-12 ARIMA, los métodos de alisado exponencial y, fundamentalmente, el filtro de Hodrick- Prescott. Este último procedimiento es sin duda el que más ha sido utilizado por los macroeconomistas para estimar los componentes cíclicos.

Los métodos basados en modelos plantean de forma explícita un modelo estadístico para cada uno de los componentes. Estos procedimientos tienen en cuenta las características particulares de cada serie temporal, existiendo toda una literatura que les da soporte teórico. De partida el planteamiento de estos métodos es más fiable y satisfactorio que el de los empiricistas, y la tendencia a su uso es creciente. Entre los diversos procedimientos disponibles se encuentran los métodos basados en modelos univariantes de forma reducida (Maravall, 1994) y los basados en modelos estructurales de series temporales (Harvey, 1989). Ambos definen la estructura de los filtros a partir de un modelo específico para la serie objeto de estudio. Los primeros han sido aplicados en análisis de datos macroeconómicos trimestrales de la economía uruguaya por Kamil y Lorenzo (1998). Por su parte los modelos estructurales de series temporales han sido utilizados por Bértola y Lorenzo (2000) para estimar los componentes cíclicos de series macroeconómicas de largo plazo de Argentina, Brasil y Uruguay.

El procedimiento seguido en este trabajo para obtener el componente tendencia-ciclo de las variables es idéntico al empleado por Kamil y Lorenzo (1998).

La inflación y la devaluación se definen como tasas de crecimiento, con respecto al trimestre anterior, del tipo de cambio e IPC de bienes no comercializables.

Luego de obtenido el componente de tendencia-ciclo se toma como indicador de ciclo en la devaluación y la inflación en bienes no comercializables a la tasa de crecimiento o decrecimiento en el componente de tendencia-ciclo.

En el caso del producto se aplicó el filtro de Hodrick-Prescott sobre el componente de tendencia ciclo para obtener la tendencia. El componente cíclico se definió como:  $CICLOPBI = (PBI\ tendencia-ciclo/PBI\ tendencia)-1$ .

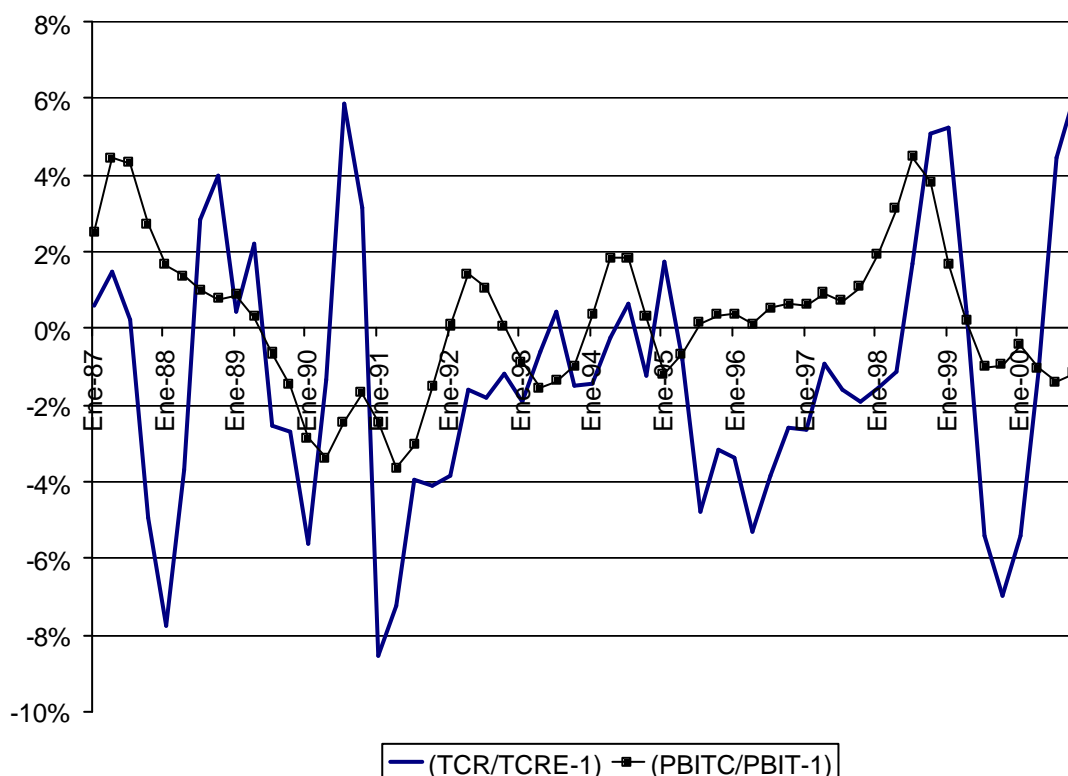
### 3.3.2. Resultados

Los gráficos 7 a 9 presentan los componentes cíclicos estimados de las variables junto al desalineamiento del tipo de cambio real.

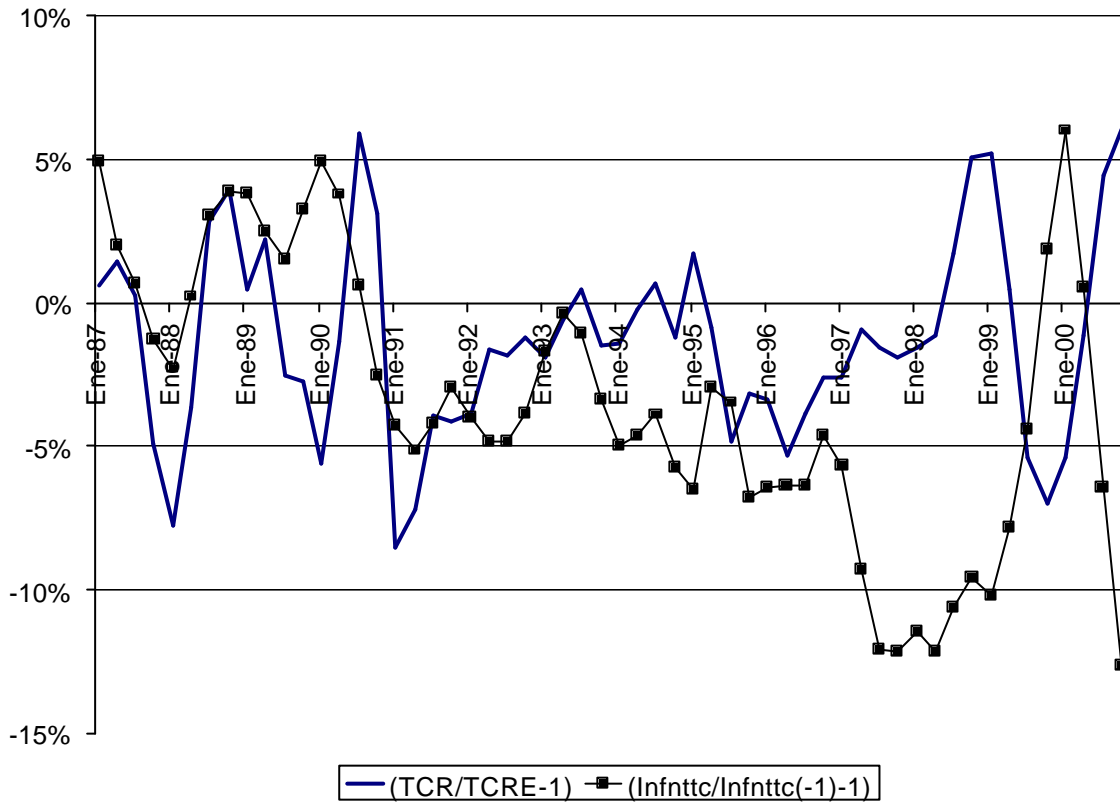
Los gráficos 7 y 9 parecen mostrar una relación positiva entre el desalineamiento y la brecha de producto y el ciclo de la devaluación.

La correlación simple entre el desalineamiento del tipo de cambio real y la brecha de producto es de 0,32.

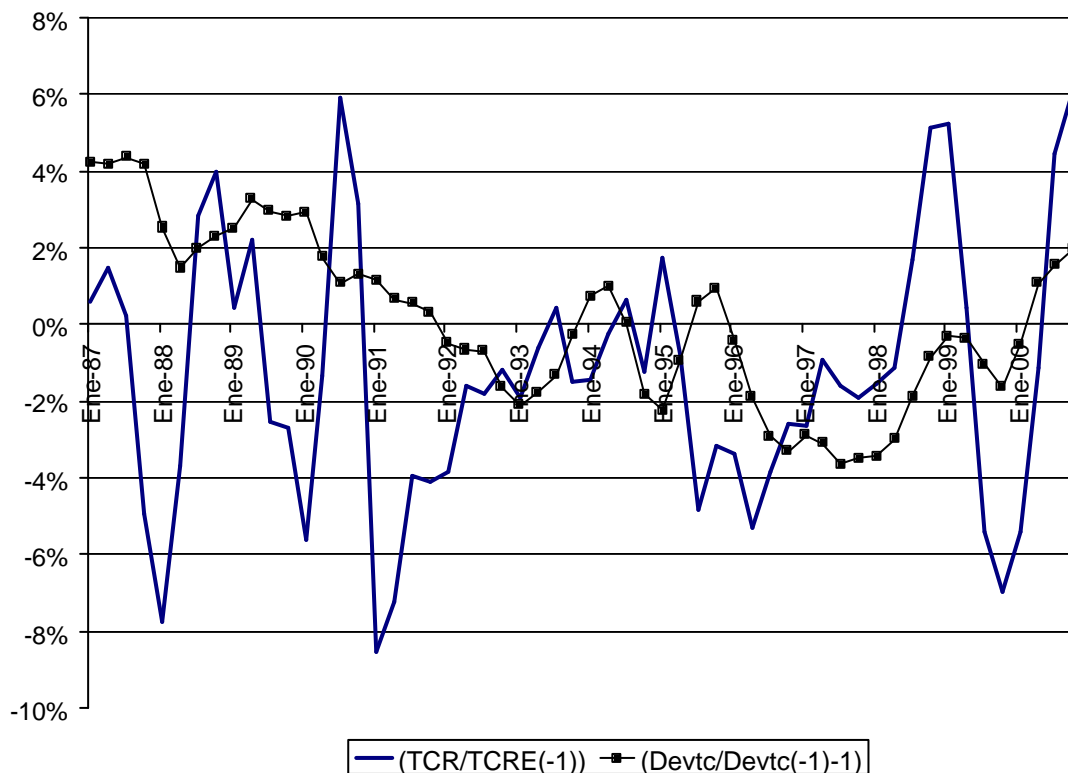
**Gráfico 7**  
**Desalineamiento del TCR y Ciclo del PBI**



**Gráfico 8**  
**Desalineamiento del TCR e Incremento en la Inflación de Bienes no Comercializables**



**Gráfico 9**  
**Desalineamiento del TCR e Incremento en la Devaluación**



La relación entre desalineamiento y crecimiento (o decrecimiento) del componente tendencia-ciclo de la devaluación parece ser más fuerte en el período posterior al plan de estabilización de 1991. La correlación contemporánea entre las variables para el período 1992-2000 es de 0,35 y es significativamente distinta de cero, mientras que para el período 1986-1991 era de apenas 0,11, y no era significativamente distinta de cero. Este comportamiento diferencial seguramente se debe a que antes del plan de estabilización la inflación en bienes no comercializables, al existir mecanismos indexatorios más desarrollados, crecía al mismo tiempo que la devaluación anulando el efecto sobre el tipo de cambio real; sin embargo, esta relación se debilitó, o se da con cierto rezago, en el período 1992-2000.

Por su parte el gráfico 8 muestra una correlación negativa entre el desalineamiento y el ciclo en la inflación en bienes no comercializables, -0,11 es la correlación contemporánea para todo el período. La correlación alcanza a -0,37 con la variable desalineamiento rezagada un período. Al igual que con la devaluación y por argumentos simétricos, la relación entre crecimiento de la inflación en no comercializables y desalineamiento es más fuerte a partir del plan de estabilización.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se han identificado los fundamentos que presentan una relación de equilibrio con el tipo de cambio real, así como también los desalineamientos entre el tipo de cambio real observado y el que surge de la evolución de los demás fundamentos.

Estas estimaciones permiten sacar algunas conclusiones.

En primer lugar, no se puede hablar de “atraso o adelanto” cambiario ignorando que este es un concepto dinámico que sólo tiene sentido si surge de la comparación entre el tipo cambio real en un momento del tiempo con el tipo de cambio real que sugieren los fundamentos en ese mismo momento. Por lo tanto, es un error utilizar el tipo de cambio real observado en determinado momento del pasado como un nivel de equilibrio al que se va a retornar. Esto es una señal de alerta para quienes utilizan el enfoque de la paridad de poderes de compra como marco para determinar los desalineamientos del tipo de cambio real con respecto al equilibrio.

Por ejemplo, en el caso de Uruguay a finales del año 2000, no se puede afirmar que el tipo de cambio real estuviera por debajo del equilibrio, siempre y cuando consideremos que los fundamentos de fines del año 2000 eran sostenibles y lo iban a ser en un futuro<sup>7</sup>. Sin embargo, si hubiéramos utilizado como marco de referencia la PPC, con un TCR de un período pasado como referencia, la conclusión sería distinta y errónea.

El supuesto “atraso cambiario” de la década del 90 estuvo fundamentado principalmente en una tendencia a la ganancia de productividad del sector comercializable en relación al sector no comercializable, la que en principio no tiene por que revertirse, y en una tendencia al incremento en la propensión a consumir en la economía, sobre cuya permanencia puede existir alguna duda, dados los valores tan elevados a los que ha alcanzado.

En segundo lugar, es interesante notar que el régimen cambiario es relevante para determinar las variables que corrigen los desequilibrios y la velocidad con que se ajustan al mismo. Si bien al considerar todo el período el TCR ajusta, aunque lentamente, a los desequilibrios, en la década del 90 el tipo de cambio real se ha comportado como una variable exógena al igual que la propensión a consumir en la economía, y han sido la productividad relativa y la propensión a consumir del gobierno las variables que se han ajustado para mantener la relación de equilibrio. Esta menor flexibilidad del tipo de cambio real en la década del 90 tiene sus fundamentos en el régimen cambiario imperante y en la rigidez de los precios de los bienes no comercializables.

En tercer lugar, en el trabajo se muestra que el desequilibrio del tipo de cambio real con respecto a lo que indican los fundamentos está relacionado con el ciclo en otras variables macroeconómicas.

---

<sup>7</sup> Probablemente, se podría argumentar que un valor de la propensión a consumir en la economía de 0,88 en ese año, con su consiguiente reflejo en el déficit de cuenta corriente, era insostenible, con lo cual, el tipo de cambio real de equilibrio iría a ser mayor en un futuro cercano, y en ese sentido, el tipo de cambio real actual estaría apreciado.

En particular, desalineamientos negativos en el tipo de cambio real, es decir, un TCR por debajo del equilibrio, están asociados a niveles de producción que están debajo del potencial.

Los shocks sobre el tipo de cambio y sobre los precios de los bienes no comercializables parecen provocar desalineamientos, los primeros positivos y los segundos negativos, en el TCR, lo que es consistente con una economía donde existen rigideces nominales.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aboal, D., F. Lorenzo y A. Rius, “Política Partidaria y Política Cambiaria: la Evidencia para Uruguay desde 1920”, XV Jornadas Anuales de Economía, BCU.
- Allen, P. (1997), “The Economic and Policy implications of the NATREX Approach”, en Stein, J., P. Allen y Asociados eds., *Fundamental Determinants of Exchange Rates*, Clarendon Press, Oxford.
- Amengual, D. y G. Cubas (2002), *Imposición Óptima a las Naftas y el Gasoil. Una Estimación de las Demandas de Combustibles para Transporte en Uruguay*. Trabajo monográfico de la Licenciatura en Economía, Facultad de Ciencias Económicas y Administración.
- Assael, P. y F. Larrain (1994), “El Ciclo Político Económico: Teoría, Evidencia y Extensión para una Economía Abierta”, Cuadernos de Economía, N° 92.
- Balassa, B. (1964), “The Purchasing Power Parity Doctrine: A Reappraisal”, *Journal of Political Economy*, 72, 584-96.
- Banerjee, A., J.J. Dolado, D.F. Hendry y G.W. Smith (1986). “Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models: Some Monte Carlo Evidence”. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 253-278.
- Banerjee, A., J.J. Dolado, J.W. Galbraith y D.F. Hendry (1993). *Co-integration, Error Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*. Oxford University Press, Oxford.
- Bértola, L., y F. Lorenzon (2000), “Componentes Tendenciales y Cíclicos en el PBI per Cápita de Argentina, Brasil y Uruguay: 1870-1988”, capítulo 5 del libro editado por L. Bértola *Ensayos de Historia Económica. Uruguay en la región y en el mundo*, TRILCE, Montevideo.
- Black, S. (1994), “On the Concept and Usefulness of the Equilibrium Rate of Exchange” en Williamson, J ed., *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington.
- Breuer, J (1994), “An Assessment of the Evidence on Purchasing Power Parity” en Williamson, J ed., *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington.
- Calderón, C. (2002), “Real Exchange Rates in The Long and Short Run: A Panel Cointegration Approach”, Banco Central de Chile, Working Paper 153.
- Cancelo, J.R., Fernández, A., Grosskoff, R., Selves, R. y G. Villamonte (1994), “Precios de Transables y no Transables. Un Enfoque ARIMA-IA”, Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y Administración, presentado en las IX Jornadas de Economía del Banco Central del Uruguay.
- Cancelo, J.R., Fernández, A., y Rodríguez, S. (1999), “The Long-Run Behavior of Real Exchange Rates in the Mercosur”. Trabajo presentado en LACEA – 1999.
- Clark, P. y R. MacDonald (1998), “Exchange Rate and Economic Fundamentals: A Methodological Comparison of BEERs and FEERs”, IMF Working Paper 98/67.
- Dickey, D.A. y W.A. Fuller (1979). “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dickey, D.A. y S.G. Pantula (1987). “Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes”. *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 455-461.
- Dornbusch, R (1987), “Purchasing Power Parity”, en P. Newman, M. Milgate, y J. Eatwell, eds., *The New Palgrave*, London: Macmillan.
- Edwards, S. (1994), “Real and Monetary Determinants of the Real Exchange Rate Behavior: Theory and Evidence from Developing Countries”, en Williamson, J

- ed., *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington.
- Elbadawi, I. (1994), "Estimating Long Run Equilibrium Real Exchange Rates", en Williamson, J ed., *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington.
- Engle, R.F. y C.W.J. Granger (1987). "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing". *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- Engle, R.F. y D.F. Hendry (1993). "Testing Super Exogeneity and Invariance in Regression Models". *Journal of Econometrics*, 56, 119-139.
- Engle, R.F. y B.S. Yoo (1987). "Forecasting and Testing in Cointegrated Systems". *Journal of Econometrics*, 35,143-159.
- Feyzioglu, T. (1997), "Estimating the Equilibrium Exchange Rate: An Application to Finland", IMF Working Paper 97/109.
- Ghezzi, P., E. Stein y J. Streb (2000). "Real Exchange Rate Cycles around Elections", Documento de Trabajo, Universidad del Cema, Buenos Aires, Agosto.
- Hall, A. (1994). "Testing for a Unit Root in Time Series with Pretest Data-Based Model Selection". *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 461-470.
- Hamilton, J.D (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.
- Harvey, A. C. (1989), *Forecasting structural time series models and the Kalman Filter*, New York: Cambridge University Press.
- Isard, P. (1995), *Exchange Rate Economics*, Cambridge.
- Johansen, S. (1991). "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models". *Econometrica*, 59, 1551-1580.
- Johansen, S. (1995), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford Press.
- Kamil, H. y F. Lorenzo (1998), "Caracterización de las Fluctuaciones Cíclicas en la Economía Uruguaya.", *Revista de Economía del Banco Central del Uruguay*, Vol. 5 N°1.
- Kremers, J.J., N.R. Ericsson y J.J. Dolado (1992). "The Power of Co-integration Tests". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 325-348.
- Licandro, A. (2000), "The Scope for Inflation Targeting in Uruguay", mimeo.
- Lim, G. (2000), "Misalignment and Managed Rate: An Application to Thai Baht", IMF Working Paper 00/63.
- Lim, G. Y J. Stein (1997), "The Dynamics of the Real Exchange Rate and Current Account in a Small Economy: Australia", en Stein, J., P. Allen y Asociados eds., *Fundamental Determinants of Exchange Rates*, Clarendon Press, Oxford.
- Lorenzo, F., N. Noya y C. Daude (2000), "Tipos de cambio reales bilaterales y volatilidad: La experiencia uruguaya con los socios del Mercosur", CINVE.
- MacKinnon, J.G. (1990). "Critical Values for Cointegration". University of California, San Diego, Department of Economics, Discussion Paper 90-4, 14 p. January, California.
- Maravall, A. (1994), "Unobserved Components in Economic Time Series" En Pesaran, H., Schmidt y Wickens, M., eds., *The Handbook of Applied Econometrics*, Vol. 1, Oxford, Basil Blackwell.
- Ng, S. Y P. Perron (1995). "Unit Root Tests in ARMA Models With Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag". *Journal of American Statistical Association*, 90, 268-281.
- Rodríguez, S., Urrestarazu, I., y Goyeneche, J.J. (1999), "El comportamiento de los tipos de cambio reales bilaterales entre Argentina, Brasil, Uruguay y Estados Unidos", Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de la República, Uruguay (mimeo).

- Rogoff, K. (1996), "The Purchasing Power Parity Puzzle", *Journal of Economic Literature*, vol. 34.
- Schwert, G.W. (1989). "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation". *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 147-159.
- Sims, C.A. (1980). "Macroeconomics and Reality". *Econometrica*, 48, 1-48.
- Stein, J., P. Allen y Asociados eds.(1997), *Fundamental Determinants of Exchange Rates*, Claredon Press, Oxford.
- Vaz, D. (1987), "Acerca del tipo de cambio real y temas conexos, un intento de aclarar ideas", *Segundas jornadas anuales de economía*, B.C.U.
- Vicente, L. (1996), *Apreciación del Tipo de Cambio Real durante un Plan de Estabilización basado en el Tipo de Cambio*, Trabajo monográfico, F.C.E.A.
- Williamson, J (1983), "The Exchange Rate System" en *Policy Analysis in International Economics* 5, Institute for International Economics, Washington.
- Williamson, J ed. (1994), *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington.

## ANEXO METODOLOGICO<sup>8</sup>

### A.I Análisis del orden de integración de las series

#### *Prueba Dickey-Fuller aumentado*

La determinación del orden de integración se realiza a través de la prueba aumentada de Dickey-Fuller (ADF). Como en principio se testea la existencia de más de dos órdenes de integración ( $I(0)$ ,  $I(1)$  e  $I(2)$ ), debe comenzarse por el testeo de la existencia de integración de mayor orden, siguiendo a Dickey y Pantula (1987), para así no caer en la inconsistencia de someter a prueba una hipótesis que fue no rechazada anteriormente.

Para ilustrar el uso del test se puede considerar un proceso AR(1):

$$(A.1) \quad y_t = \mathbf{m} + \mathbf{r}y_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

donde  $\mathbf{m}$  y  $\mathbf{r}$  son parámetros y  $\mathbf{e}_t$  es un ruido blanco. El proceso será estacionario si  $-1 < \mathbf{r} < 1$ , mientras que si  $\mathbf{r} = 1$ , el proceso será no estacionario (*random walk with drift*), y si fuese mayor a la unidad sería un proceso explosivo. Dado que las series explosivas no tienen sentido en economía, la prueba consiste en:

$H_0 : \mathbf{r} = 1$ ,  $H_1 : \mathbf{r} < 1$  o alternativamente  $H_0 : \mathbf{g} = 0$   $H_1 : \mathbf{g} < 0$  en:

$$(A.2) \quad \mathbf{D}y_t = \mathbf{m} + \mathbf{g}y_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

La distribución del estadístico  $t$  para realizar la prueba no es estándar, pero los valores críticos se encuentran tabulados -mediante simulación- por Dickey y Fuller (1979), y más recientemente MacKinnon (1990) encuentra una relación funcional entre los valores críticos simulados y el tamaño muestral. Esta versión simple del test sólo es útil cuando el proceso es un AR(1). El enfoque ADF trata de capturar la autocorrelación de mayor orden mediante la incorporación de rezagos de la variable dependiente. Esta versión es la usada en este trabajo y se puede expresar como:

$$(A.3) \quad \mathbf{D}y_t = \mathbf{m} + \mathbf{b}t + \mathbf{g}y_{t-1} + \mathbf{d}_1\mathbf{D}y_{t-1} + \mathbf{d}_2\mathbf{D}y_{t-2} + \dots + \mathbf{d}_k\mathbf{D}y_{t-k} + \mathbf{e}_t$$

Se debe establecer con qué especificación del modelo comenzar. Se recomienda comenzar a partir del modelo más general o sea con aquel que considera la existencia de tendencia y constante (A.3), luego solo con constante ( $\mathbf{b}=0$ ), y por último especificar el modelo sin tendencia ni constante ( $\mathbf{b}=0$  y  $\mathbf{m}=0$ ). Hamilton (1994) sostiene que el modelo especificado debe incluir a las hipótesis nula y alternativas que constituyan una descripción plausible de los datos. Esto debe ser establecido a partir de una inspección visual de las series. Por ejemplo, para las series incluidas en el análisis, carece de sentido probar la hipótesis nula de series  $I(2)$  con constante ya que implica una trayectoria explosiva que no corresponde con el comportamiento de las series. Lo propuesto por Hamilton es realizado para elegir el modelo inicial.

El número de rezagos a incluir en la prueba es relevante en tanto altera el poder y el tamaño de la prueba a realizar. En este sentido, Ng y Perron (1995) examinan en detalle los distintos procedimientos a seguir:

---

<sup>8</sup> Este anexo fue tomado bajo permiso de Amengual y Cubas (2002).

1. Definir  $k$  arbitrario independientemente del tamaño de la muestra  $T$ . En un estudio de simulación realizado por estos autores encuentran que el tamaño de la prueba aumenta con  $T$ , al igual que el poder del test. Sin embargo, una sobreparametrización conduce a una pérdida de poder. Por estas razones, al no establecer el número de rezagos sobre la base de ningún criterio que tenga en cuenta el comportamiento particular de la serie, no resulta conveniente este método.
2. Fijar  $k$  en función del tamaño de muestra  $T$ . Dentro de éstas, la sugerencia de Schwert (1989) es la más conocida, donde se elige  $k$  tal que:

$$k = \text{entero}[c(T/100)^{1/d}],$$

Schwert sugiere  $c = 12$  y  $d = 4$ . El problema que presenta esta regla es que es independiente del proceso ARMA( $p, q$ ) que genera el componente estacionario.

3. Criterios basados en la información. Los criterios de información sugieren elegir  $k$  de manera de minimizar una función objetivo que resume el *trade-off* entre la parquedad o parsimonia de la especificación y la suma de cuadrados explicados por el modelo:

$$I_k = \log \hat{\mathbf{S}}_k^2 + k \frac{C_T}{T}$$

El criterio de Akaike (AIC) elige  $C_T = 2$ , mientras que el criterio bayesiano de Schwarz (BIC) toma  $C_T = \log(T)$ . Ng y Perron afirman que tanto el AIC y BIC son asintóticamente los mismos para los modelos ARMA( $p, q$ ) y ambos eligen  $k$  proporcional al logaritmo de  $T$ .

4. Reglas secuenciales. Hall (1994) discute dos reglas secuenciales en el contexto de autorregresiones puras. La primera de ellas, llamada *de lo general a lo específico*, consiste en comenzar con un valor elevado de  $k$  ( $k_{\text{máx}}$ ), testear la significación del coeficiente asociado al último rezago e ir repitiendo el proceso en forma iterativa hasta encontrar un valor significativo. La segunda, llamada *de lo específico a lo general*, consiste en comenzar con un  $k$  pequeño ( $k_{\text{mín}}$ ) e incrementar  $k$  sucesivamente hasta encontrar un coeficiente no significativo asociado con ese rezago. Hall muestra que el enfoque *de lo específico a lo general* no es asintóticamente válido. También encuentra que su performance es inferior al enfoque *de lo general a lo específico* en los modelos ARMA.

Ng y Perron (1995) comparan AIC, BIC, y el enfoque *de lo general a lo específico* mediante un estudio de simulación Monte Carlo tomando  $T = 100$  y tanto procesos MA como AR. Las principales conclusiones son:

- i) Tanto el AIC como el BIC resultan en la elección de valores muy pequeños de  $k$ . Se comprueban importantes distorsiones de tamaño especialmente con errores MA.
- ii) El enfoque *de lo general a lo específico* tiende a elegir valores grandes de  $k$ . Cuanto más grande es el  $k_{\text{máx}}$  más grande es el valor del  $k$  elegido. Esto conduce a que el tamaño se encuentre cercano a su valor nominal pero resignando el poder del test.

Este estudio sugiere que el enfoque *de lo general a lo específico* es preferible a los otros. De acuerdo con lo anterior, si bien el criterio adoptado en la elección del número

de rezagos a incluir en la regresión auxiliar es el mínimo AIC, se inspecciona que los residuos sean bien comportados. En caso de no serlo, se aumenta  $k$  progresivamente hasta lograrlo. Con esto se pretende evitar la elección de valores pequeños de  $k$  en aquellos casos en que una correcta especificación implique un  $k$  mayor. Finalmente, se opta por AIC en lugar de BIC dado que como ambos resultan en la elección de un  $k$  pequeño, AIC es el criterio que "castiga" menos la inclusión de parámetros adicionales.

## A.II Análisis de cointegración, metodología de Engle-Granger

El procedimiento desarrollado por Engle y Granger (1987) puede ser presentado suponiendo para comenzar la existencia de dos variables  $y_t$  y  $x_t$ , ambas integradas de orden 1 ( $I(1)$ ), para las cuales se quiere determinar si existe una relación de equilibrio que vincula su trayectoria. A continuación se presentan los pasos de la prueba propuesta por Engle y Granger para testear si dos variables  $I(1)$  son cointegradas de orden  $CI(1,1)$ .

El primer paso consiste en determinar el orden de integración de cada una de las variables, para ello se puede utilizar el test de Dickey-Fuller aumentado o el de Phillips-Perron. Por definición ambas variables necesitan ser del mismo orden de integración. Si ambas variables son estacionarias ( $I(0)$ ) no es necesario proceder desde que los métodos estándares de series de tiempo se aplican a series estacionarias. Si ambas variables son integradas de diferente orden se puede concluir que no están cointegradas.

El segundo paso consiste en la estimación de la relación de equilibrio de largo plazo de la forma:

$$(A.5) \quad y_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 x_t + R_t$$

donde  $R_t$  es un proceso estacionario aunque no necesariamente ruido blanco.

Si las variables están cointegradas de orden  $CI(1,1)$ , la serie de los residuos estimados  $\{\hat{R}_t\}$  de la relación de largo plazo debe ser estacionaria. Se recomienda utilizar el test de Dickey-Fuller aumentado para determinar el orden de integración de los residuos aunque la tabla de Dickey-Fuller no es la apropiada. Desde que al estimar (A.5) por MCO se hallan los valores de  $\mathbf{b}_0$  y  $\mathbf{b}_1$  que minimizan la suma de los cuadrados de los residuos, la varianza de los residuos estimada será por construcción lo más pequeña posible; por esto el procedimiento conduce hacia el rechazo de la hipótesis de errores no estacionarios. Engle y Granger (1987) proveen los valores críticos del estadístico- $t$  a ser utilizados para este caso. Cuando en la relación de equilibrio aparecen más de dos variables Engle y Yoo (1987) proveen los valores apropiados.

El tercer paso consiste en la estimación del Error Correction Model (ECM). Cuando las variables  $y_t$  y  $x_t$  son  $CI(1,1)$ , los residuos de la relación de cointegración pueden ser usados para estimar la relación de corto plazo. Esto puede apreciarse si se toma como punto de partida un *autoregressive distributed lag* (ADL) (1;1;1) (Es decir, con un rezago en la variable dependiente y un rezago en el único regresor considerado):

$$(A.6) \quad y_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 y_{t-1} + \mathbf{g}_0 x_t + \mathbf{g}_1 x_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

donde se asume que  $\mathbf{e}_t \sim iid(0, \mathbf{s}^2)$  y  $|\mathbf{a}_1| < 1$ . En el equilibrio de largo plazo se tiene que  $y_t = y_{t-1}$  y  $x_t = x_{t-1}$ , con lo cual se puede escribir:

$$(A.7) \quad (1 - \mathbf{a}_1)y = \mathbf{a}_0 + (\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_1)x$$

De acuerdo con (A.7), la respuesta de largo plazo de  $y_t$  a un cambio en  $x_t$  está dada por:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_1}{1 - \mathbf{a}_1}$$

donde por  $\mathbf{b}_1$  es el mismo que en (A.5).

Luego, el modelo presentado en (A.6) puede ser escrito como:

$$(A.8) \quad y_t - y_{t-1} = \mathbf{a}_0 + (\mathbf{a}_1 - 1)y_{t-1} + \mathbf{g}_0(x_t - x_{t-1}) + (\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_1)x_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

Reordenando términos en (A.8) se arriba a:

$$(A.9) \quad \Delta y_t = \mathbf{a}_0 + (\mathbf{a}_1 - 1)(y_{t-1} - \mathbf{b}_1 x_{t-1}) + \mathbf{g}_0 \Delta x_t + \mathbf{e}_t$$

Se aprecia en (A.9) que los desvíos del equilibrio ( $y_{t-1} - \mathbf{b}_1 x_{t-1}$ ) aparecen explicando la dinámica de corto plazo de  $y_t$ , de ahí la denominación *Error Correction Model*. Esta representación fue obtenida a partir de un ADL (1;1;1). En un contexto más general, la representación ECM de un modelo con  $j$  regresores puede escribirse como:

$$(A.10) \quad \Delta y_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_R \hat{R}_t - 1 + \sum_i \mathbf{a}_i \Delta y_{t-i} + \sum_j \sum_i \mathbf{d}_{ji} \Delta x_{jt-i} + \mathbf{e}_t$$

En (A.10) se representa la dinámica de corto plazo de  $y_t$ , la cual es explicada por rezagos de la propia variable dependiente, rezagos de las primeras diferencias de las variables explicativas, y por el desvío del equilibrio de largo plazo -relación similar a (A.5) pero que incluye las  $j$  variables explicativas. El parámetro asociado a este último representa la velocidad de convergencia al equilibrio. Finalmente, se debe determinar si el modelo es apropiado. Como es habitual, en esta etapa se realizan pruebas para verificar que las perturbaciones sean ruido blanco.

A pesar de que el procedimiento anterior es fácil de implementar, está sujeto a diversas críticas. En primer lugar, es el investigador quien de manera arbitraria debe decidir qué variable considerar a la izquierda de la igualdad en la relación de cointegración (A.5). Adicionalmente, cuando hay más de dos variables en el análisis podría haber más de una relación de cointegración, y este método no permite la estimación de dichas relaciones.

En segundo término, el procedimiento consiste en una estimación en dos etapas. La primera etapa consiste en generar la serie de errores  $\{\hat{R}_t\}$  y la segunda en usar estos errores estimados para plantear la regresión auxiliar -prueba ADF- que sirve de base para la determinación de la estacionariedad de estos. Por lo tanto, cualquier equivocación introducida por el investigador en la primera etapa se traslada a la segunda.

Tercero, Banerjee *et al* (1986) presentan resultados de simulaciones donde argumentan que ignorar términos rezagados en la ecuación estática (A.5) puede llevar a un sesgo sustancial en la estimación de  $\mathbf{b}$  en muestras finitas. Ellos proponen estimar los

parámetros de largo plazo a través de un ECM que incorpore toda la dinámica. Este método implica adicionar rezagos de  $\Delta y_t$  y de  $\Delta x_{jt}$  en (A.5) y estimar la ecuación resultante. La idea consiste en comenzar con un número suficientemente grande de rezagos e ir reduciéndolo progresivamente.

Cuarto, Kremers *et al* (1992) sostienen que considerar en el primer paso la regresión estática (A.5), reduce el poder del test debido a que se ignora la dinámica de la ecuación y se concentra en la dinámica del error. Esta noción se presenta considerando:

$$\text{Modelo 1: } y_t = \mathbf{b}x_t + u_t, \quad u_t = \mathbf{r}u_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

$$\text{Modelo 2: } y_t = \mathbf{a}_1 y_{t-1} + \mathbf{a}_2 x_t + \mathbf{a}_3 x_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

El Modelo 1 no tiene dinámica en la ecuación pero sí la tiene en el error; el Modelo 2, en cambio tiene dinámica en la ecuación y no tiene dinámica en el error. Estos modelos coinciden solo cuando  $\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 = 0$ . Si esta restricción -conocida como restricción de factores comunes- es violada, entonces el Modelo 1 no es válido y la dinámica observada en el error es espuria como consecuencia de ignorar la dinámica de la ecuación. Para evitar este problema, Kremers *et al* sugieren utilizar tests basados en el ECM implicado por la relación de cointegración en lugar de las pruebas basadas en los residuos. El *Teorema de la Representación de Granger* establece que existe una representación ECM para cualquier set de variables que se encuentren cointegradas. Para el caso de dos variables, la representación viene dada por:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \mathbf{a}_1(y_{t-1} - \mathbf{b}_1 x_{t-1}) + \text{rezago}(\Delta y_t; \Delta x_t) + \mathbf{e}_{1t} \\ \Delta y_t &= \mathbf{a}_2(y_{t-1} - \mathbf{b}_1 x_{t-1}) + \text{rezago}(\Delta y_t; \Delta x_t) + \mathbf{e}_{2t} \end{aligned}$$

donde  $\mathbf{a}_1$  y/o  $\mathbf{a}_2$  no son cero. Si  $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = 0$ , entonces las variables no están cointegradas. La prueba entonces se concentra en testear la significación de  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  mediante un estadístico-*F*. Encontrar algún  $\mathbf{a}_i$  significativo implica que las series están cointegradas.

### A.III Análisis de cointegración, metodología de Johansen

#### *Vectores autorregresivos*

Esta metodología surge como respuesta al uso de modelos de ecuaciones simultáneas para representar relaciones entre series temporales donde se incorporan rezagos tanto de las variables dependientes como de las variables predeterminadas. Sims (1980) cuestiona la metodología de los *modelos dinámicos de ecuaciones simultáneas* por la arbitrariedad con la que se clasifican las variables en endógenas y exógenas, y en la cual se imponen restricciones a priori sobre los parámetros; debido a esto propone el uso de *vectores autorregresivos* (VAR). Los VAR constituyen una generalización del proceso autorregresivo univariado y tienen la ventaja sobre los modelos de ecuaciones simultáneas -además de evitar las decisiones arbitrarias mencionadas- de que el proceso de estimación es más sencillo.

Esta metodología puede presentarse de la siguiente manera; considerando el vector  $y_t$  formado por  $n$  series temporales  $y_t$  con  $t = 1, \dots, n$ , un VAR de orden  $k$  (VAR( $k$ )) puede expresarse como:



$$(A.11) \text{VAR}(k): y_t = c + F_1 y_{t-1} + F_2 y_{t-2} + \dots + F_p y_{t-k} + e_t$$

donde:

$c$ : es un vector ( $n \times 1$ ) de constantes,

$F_j$ : es una matriz ( $n \times n$ ) de coeficientes autorregresivos asociados al vector rezagado  $j$  períodos, y

$e_t$ : es un vector ( $n \times 1$ ) de innovaciones con esperanza nula e incorrelacionadas serialmente.

Queda de manifiesto en (A.11) que un VAR es un sistema en el cual cada variable es regresada respecto de una constante y  $k$  de sus propios rezagos, así como sobre  $k$  rezagos de las otras variables incluidas en el VAR. Se observa que a priori cada ecuación tiene las mismas variables explicativas.

En cuanto al problema de si las variables incluidas deben ser estacionarias al igual que en el caso univariado, Sims es partidario de no diferenciar las series cuando poseen raíces unitarias. Se argumenta que el objetivo del VAR es determinar las interrelaciones entre las variables, y la inclusión de las variables en diferencias deja fuera del análisis la información concerniente a los comovimientos en los datos (tales como la posibilidad de que la trayectoria de las series se encuentre gobernada por una relación de cointegración).

Esto conduce al análisis de cointegración, es decir, la existencia de alguna(s) relación(es) de equilibrio entre dos o más de las variables del modelo. Estas relaciones, si existen, implican que las tendencias de las variables están vinculadas. En última instancia, la existencia de una relación de cointegración implica que las variables no pueden moverse independientemente de las otras. Desarrollos recientes de VARs con variables cointegradas han conducido a una representación que separa la dinámica de las variables en corto plazo y largo plazo, donde la dinámica de largo plazo viene representada por las relaciones de cointegración; es decir, una versión multiecuacional del ECM.

### **Metodología VECM**

El modelo dinámico que caracteriza este tipo de comportamiento es el Vector con Mecanismo de Corrección de Error (VECM). En un VECM -al igual que en un ECM- la dinámica de corto plazo de las variables está influenciada por los desvíos del equilibrio.

En aquellos casos en que las variables se encuentran cointegradas, el *Teorema de la Representación de Granger* establece que es posible expresar el VAR como VECM, donde aparecerán parámetros que representan la dinámica de corto plazo y de largo plazo. A continuación se presentan los principales resultados de esta metodología.

En primer lugar, considerando el VAR( $k$ ) presentado en (A.11) y operando convenientemente, éste puede ser expresado como:

$$(A.12) \Delta y_t = c + \Delta y_{t-1} + G_1 \Delta y_{t-1} + \dots + G_{k-1} \Delta y_{t-k+1} + e_t$$

donde:

$$\Delta = F_1 + F_2 + \dots + F_k - I_n$$

$$G_j = -(F_{j+1} + F_{j+2} + \dots + F_k)$$

En cuanto al rango de la matriz  $\Phi$ , éste puede estar entre 0 y  $n$  –siendo  $n$  el número de variables endógenas del modelo. A continuación se describen los tres casos posibles.

El primer caso -extremo- se observa cuando el rango de  $\Phi$  es 0. En este caso no hay ninguna relación de cointegración y el análisis subsiguiente de las series deberá realizarse con las primeras diferencias de las variables dado que éstas no están cointegradas (y que por lo tanto existen  $n$  procesos independientes que rigen la evolución de largo plazo de las variables).

El otro caso extremo se observa si existen  $n$  relaciones de cointegración. En este caso, ninguna de las series posee raíz unitaria y el VAR debe ser especificado en los niveles de las series. De todos modos, este caso no es de interés dado que el análisis se concentra en series no estacionarias -cuyo orden de integración fue previamente determinado.

Entre estos casos extremos se encuentran aquellos en los cuales existen relaciones de cointegración que “atan” la evolución de largo plazo de las variables. Puede haber entre 1 y  $n-1$  relaciones de cointegración las cuales quedan determinadas por el rango de la matriz  $\Phi$ . Estas relaciones establecen que existen combinaciones lineales en los niveles de las variables  $\beta' y_{t-1}$  que operan en la ecuación vectorial en diferencias corrigiendo los desvíos de sus niveles de equilibrio de largo plazo. Estos términos  $\alpha + \beta' y_{t-1}$  son llamados términos de corrección de error, siendo  $\alpha$  el parámetro que determina la velocidad de convergencia al equilibrio y  $\beta' y_{t-1}$  el desvío del equilibrio.

### ***Cointegración (Test de Johansen)***

Cuando se pretende modelizar un conjunto de variables no estacionarias, resulta central determinar previamente si tales series o algunas de éstas están cointegradas. En caso afirmativo es relevante identificar la(s) relación(es) de cointegración, es decir aquellas ecuaciones que reflejan la relación de equilibrio de largo plazo que existe entre éstas y que “ata” su evolución en el tiempo.

El test utilizado en este trabajo para determinar la existencia de relaciones de cointegración entre las variables objeto de estudio es el desarrollado por Johansen (1991). La prueba consiste en testear las restricciones que impone la existencia de relaciones de cointegración sobre un VAR irrestricto que explica la dinámica de las series.

El *Teorema de la Representación de Granger* establece que si en la representación VECM (A.12) del sistema presentado en (A.11), la matriz de coeficientes  $P$  es de rango reducido ( $r < n$ ), entonces existen matrices  $\alpha$  y  $\beta$  de  $n \times r$ , cada una de rango completo, tales que  $P = \alpha \beta'$  y  $\beta' y_{t-1}$  es estacionario. De acuerdo con lo anterior,  $r$  es el número de relaciones de cointegración (rango de cointegración) y cada columna de  $\beta$  es una relación de cointegración. Los parámetros de  $\alpha$  son parámetros de ajuste, parámetros de corrección del desvío del equilibrio de largo plazo.

El método de Johansen estima la matriz  $P$  irrestricta, y luego testea si las restricciones impuestas sobre el rango reducido de la matriz pueden ser rechazadas.

Los estadísticos usados para determinar el rango de la matriz  $P$  son:

$$I_{\text{máx}}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{I}_{r+1})$$

$$I_{\text{traza}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{I}_i)$$

donde:

$\hat{I}_i$ : es el valor de la raíz característica de ? .  
 $T$ : es el número de observaciones.

#### A.IV Exogeneidad, Invarianza y Super Exogeneidad

##### *Definiciones*

La distribución conjunta de las series  $y_t$  y  $x_t$  condicional sobre la información  $I_t$ , consistente en el pasado de estas series y el presente y el pasado de otras variables condicionales puede ser escrita como:

$$D_F(y_t, x_t | I_t, I_t) = D_C(y_t | x_t, I_t, I_{1t}) D_M(x_t | I_t, I_{2t})$$

Donde  $D_F$ ,  $D_C$ , y  $D_M$  refieren respectivamente a la densidad conjunta, condicional de  $y_t$  sobre  $x_t$ , y marginal de  $x_t$ . Los parámetros son denominados  $I_t$ ,  $I_{1t}$ , y  $I_{2t}$ . El subíndice  $t$  permite que éstos no sean constantes en el tiempo.

Una variable  $x_t$  se define como débilmente exógena para un set de parámetros de interés  $q$  si:

- (a)  $q$  es una función de los parámetros  $I_{1t}$  únicamente, y
- (b)  $I_{1t}$  y los parámetros  $I_{2t}$  del modelo marginal para  $x_t$  son de variación libre.

En consecuencia, si  $x_t$  es débilmente exógena respecto de  $q$ , no hay pérdida de información acerca de  $q$  si se deja de lado la modelización del proceso generador de  $x_t$ . En otras palabras, el conocimiento de  $I_{2t}$  no mejora la estimación de  $I_{1t}$  en un período donde ambos son constantes. Si, además,  $y_t$  no causa en el sentido de Granger a  $x_t$ , entonces  $x_t$  es definida como fuertemente exógena respecto de  $q$ .

Por otro lado, los parámetros  $I_{1t}$  son invariantes si cambios en  $I_{2t}$  no conducen a cambios en  $I_{1t}$ . Al respecto, es importante diferenciar este concepto del de variación libre (puede haber parámetros con variación libre que no son invariantes y viceversa) y del concepto de constancia, pues parámetros que no son constantes en el tiempo pueden ser invariantes respecto de otros.

Finalmente, se define a  $x_t$  como súper-exógena respecto de  $q$  si  $x_t$  es débilmente exógena respecto de  $q$  y  $I_{1t}$  es invariante respecto de  $I_{2t}$ .

##### *Formulación de hipótesis*

En esta sección se considera como punto de partida el modelo VECM( $k$ ) que aparece en (A.12):

$$(A.12') \Delta z_t = \Pi z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \mathbf{m} + \mathbf{e}_t,$$

donde  $\Pi = \alpha\beta'$  y se ha cambiado el vector  $y_t$  por  $z_t$ . Si se particiona el vector  $z_t$  en  $y_t$  y  $x_t$  de dimensiones  $p_y$  y  $p_x$  respectivamente, donde  $p_y + p_x = p$ , y a su vez  $\mathbf{a}$ ,  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{k-1}$ ,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{e}_t$ , y  $\mathbf{W}$  pueden ser particionadas correspondientemente, el modelo (A.12') puede ser descompuesto en el modelo condicional de  $y_t$  dado  $x_t$ :

$$(A.13) \Delta y_t = \mathbf{v} \Delta x_t + (\mathbf{a}_y - \mathbf{v} \mathbf{a}_x) \mathbf{b}' z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} (\Gamma_{yi} - \mathbf{v} \Gamma_{xi}) \Delta z_{t-i} + \mathbf{m}_y - \mathbf{v} \mathbf{m}_x + \mathbf{e}_{yt} - \mathbf{v} \mathbf{e}_{xt}$$

y en el modelo marginal de  $x_t$ :

$$(A.14) \Delta x_t = \mathbf{a}_x \mathbf{b}' z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{xi} \Delta x_{t-i} + \mathbf{m}_x + \mathbf{e}_{xt}$$

donde  $\mathbf{v} = \Omega_{yx} \Omega_{xx}^{-1}$

Se aprecia que todas las relaciones de cointegración entran tanto en el modelo marginal como en el condicional, y que este último tiene coeficientes de ajuste dependiendo de todos los coeficientes de ajuste y de la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos. En general, los parámetros del modelo marginal y el condicional están interrelacionados lo cual implica el análisis del sistema completo a los efectos de hacer inferencia sobre los parámetros.

Sin embargo, hay un caso especial en el cual el modelo parcial (A.13) contiene la misma información que el sistema completo acerca de las relaciones de cointegración y de los coeficientes de ajuste, y por lo tanto, el análisis del modelo parcial es eficiente. Esto se da cuando  $x_t$  es débilmente exógena respecto de  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ . Esto puede ser apreciado si se define como parámetros de interés en el modelo (A.12') a todos los parámetros de  $\mathbf{b}$ , entonces la exogeneidad débil de  $x_t$  respecto a  $\mathbf{b}$  es equivalente a la condición  $\mathbf{a}_x = \mathbf{0}$ . Esto es, las filas de  $\alpha$  correspondientes a la modelización de los componentes de  $x$  son cero, y los modelos (A.12) y (A.14) se reducen a:

$$(A.15) \Delta y_t = \mathbf{v} \Delta x_t + \mathbf{a}_y \mathbf{b}' z_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} (\Gamma_{yi} - \mathbf{v} \Gamma_{xi}) \Delta z_{t-i} + \mathbf{m}_y - \mathbf{v} \mathbf{m}_x + \mathbf{e}_{yt} - \mathbf{v} \mathbf{e}_{xt}$$

$$(A.16) \Delta x_t = \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_{xi} \Delta z_{t-i} + \mathbf{m}_x + \mathbf{e}_{xt}$$

En este caso  $\mathbf{b}$  y los coeficientes de ajuste de  $\mathbf{a}_y$  entran solo en el modelo parcial (A.15) y las propiedades de la distribución Gaussiana muestran que los parámetros en los modelos (A.15) y (A.16) son de variación libre. Si, además, los coeficientes de  $\mathbf{D}_{y_t}$  en (A.16) son cero, o en otras palabras  $y_t$  no causa en el sentido de Granger a  $x_t$ , entonces  $x_t$

es fuertemente exógena respecto de  $\mathbf{b}$ . Así, la exogeneidad débil implica que  $\mathbf{D}x_t$  no reacciona a desequilibrios de la(s) relación(es) de largo plazo pero podría reaccionar a cambios rezagados en  $y_t$ , mientras que la exogeneidad fuerte implica que  $\mathbf{D}x_t$  no reacciona a movimientos en  $y_t$  tanto en diferencias como en niveles.

De acuerdo con lo anterior, la hipótesis de exogeneidad débil de  $x_t$  respecto de  $\mathbf{b}$  puede formularse como:

$$H_0: \mathbf{a}_x = 0$$

La prueba, entonces, consiste en testear una restricción lineal sobre  $\mathbf{a}$ . El test consiste en comparar los valores propios estimados por Máxima Verosimilitud con Información Completa del modelo sin restringir ( $\hat{\mathbf{I}}_i$ ) y del modelo restringido ( $\tilde{\mathbf{I}}_i$ ). El estadístico es:

$$T \sum_{i=1}^r \ln \left( \frac{1 - \tilde{\mathbf{I}}_i}{1 - \hat{\mathbf{I}}_i} \right)$$

cuya distribución asintótica es  $\chi^2(rp_x)$ . Luego, probar que  $x_t$  es fuertemente exógena respecto de  $\mathbf{b}$  requiere además que no se rechace la hipótesis que  $x_t$  no es causada por  $y_t$  en el sentido de Granger, o lo que es equivalente, que  $\mathbf{D}y_t$  no influya en la dinámica de corto plazo de  $x_t$ . Esto se traduce en una prueba de significación de los coeficientes asociados a los rezagos de  $\mathbf{D}y_t$  en la dinámica de corto plazo de  $x_t$ . Si estos coeficientes no son significativos, entonces  $y_t$  no causa en el sentido de Granger a  $x_t$ , y por lo tanto  $x_t$  es fuertemente exógena respecto de  $\mathbf{b}$ .