



FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS
Y DE ADMINISTRACIÓN

IECON INSTITUTO
DE ECONOMÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Crecimiento y convergencia:
Un análisis desde la teoría de grafos

Santiago Picasso

INSTITUTO DE ECONOMÍA

Agosto 2023

Serie Documentos de Trabajo

DT 15/23

ISSN: 1510-9305 (en papel)

ISSN: 1688-5090 (en línea)

Agradecimiento a mi tutor Carlos Bianchi por los valiosos comentarios, a Pablo Galaso por los aportes constructivos para mejorar el trabajo y a los comentarios recibidos en diversos congresos locales e internacionales.

Picasso, S. (2023). Crecimiento y convergencia: Un análisis desde la teoría de grafos. Serie Documentos de Trabajo, DT 15/2023. Instituto de Economía, Facultad de Ciencias Económica y Administración, Universidad de la República, Uruguay.

Crecimiento y convergencia: Un análisis desde la teoría de grafos

Santiago Picasso *

Resumen

Los fenómenos económicos han sido estudiados considerando como unidad de análisis actores independientes. Un caso confirmatorio de esta observación es el estudio de la convergencia económica entre países. Este caso supone una falacia de la composición, el todo no es igual a la suma de las partes.

La proposición general de este trabajo es que el sistema económico mundial es un sistema complejo (interdependiente), donde se deben considerar las relaciones entre los elementos a la hora de medir y entender adecuadamente los factores que explican el crecimiento y la convergencia. Por lo tanto, la utilización de los métodos econométricos habituales que suponen independencia entre los elementos no son necesariamente los más adecuados. Una vez fundamentada esta afirmación, en este trabajo se adapta un modelo de grafos aleatorios exponenciales (ERGM) a la teoría del crecimiento para medir la convergencia entre países y lidiar con la interdependencia intrínseca de un fenómeno complejo.

Los resultados muestran consistentemente que se acepta la hipótesis de convergencia. Este resultado parece confirmar que el sistema económico mundial tendería a la generación de ingresos similares si no operaran políticas que perpetúan la desigualdad de ingresos entre el centro y la periferia del sistema. Esto se observa claramente en los efectos a nivel de décadas donde las diferencias en la inversión, en la complejidad y en la rentabilidad del sector externo, juegan como factores claves para perpetuar las divergencias. Sin embargo, se muestra la dimensión endógena del proceso de acumulación y convergencia el cual no es atemporal sino que se determina secuencialmente en fases cíclicas de impulsos y frenos. A su vez, si se analiza conjuntamente con métodos de clusterización el proceso convergente entre países proviene de patrones convergentes por clubes de países (subgrafos de países).

En síntesis, este trabajo contribuye con una metodología y resultados novedosos para discutir preguntas recurrentes de la literatura sobre crecimiento económico.

Palabras clave: crecimiento, redes, complejidad, convergencia, ERGM

Clasificación JEL: C40, C45, O47

*Iecon-Udelar, santiago.picasso@fcea.edu.uy

Abstract

Economic phenomena have been studied considering independent actors as the unit of analysis. A confirmatory case of this observation is the study of income convergence between countries. This case assumes a fallacy of composition, where the whole is not equal to the sum of its parts.

The general proposition of this study is that the global economic system is a complex (interdependent) system, where the relationships between elements must be considered in order to properly measure and understand the factors that explain growth and convergence. Therefore, the use of conventional econometric methods that assume independence between elements is not appropriate. Once this assertion is substantiated, this study adapts an Exponential Random Graph Model (ERGM) to growth theory to measure convergence between countries and deal with the intrinsic interdependence of a complex phenomenon.

The results consistently show that the convergence hypothesis is accepted. This result seems to confirm that the global economic system tends to generate similar incomes if policies that perpetuate income inequality between the center and the periphery of the system were not in place. This is clearly observed in dyadic-level effects where differences in investment, complexity, and profitability of the external sector play as key factors in perpetuating disparities. However, the endogenous dimension of the accumulation and convergence process is shown, which is not timeless but determined sequentially in cyclical phases of impulses and brakes. Furthermore, when analyzed in conjunction with clustering methods, the converging process between countries arises from convergent patterns within country clubs (subgraphs of countries).

Furthermore, this methodology allows for the identification of a set of interdependence effects among countries that determine income convergence, such as having converged with other countries in the past. Additionally, a decrease in the probability of systemic convergence is observed during the analysis period (1960-2019). In summary, this study contributes with a novel methodology and results to discuss recurring questions in the literature on economic growth.

Keywords: growth, network, complexity, convergence, ERGM

JEL classification: C40, C45, O47

1. Introducción

Desde las últimas décadas del siglo XX, la teoría de los sistemas complejos ha sido utilizada para entender distintos fenómenos naturales y sociales incluyendo a la economía. Si bien, la disciplina económica ha comenzado a revisar sus marcos analíticos, es relativamente reciente la utilización de la complejidad en este campo. En este sentido, la economía general y algunos problemas económicos específicos pueden ser vistos como un sistema, entendido como un conjunto no solo de elementos, sino de conexiones entre los mismos, que típicamente, reflejan flujos de información entre todos los elementos de la red (Potts, 2000; Foster, 2005). Así se pasa de entender a la economía como un conjunto de individuos independientes (Becker, 1976), a un conjunto en el cual todos los actores que lo componen están directa o indirectamente entrelazados formando un sistema complejo. Esta forma de abordar el estudio del problema económico ofrece una nueva perspectiva, diferente al equilibrio general de individuos con información perfecta (Foster, 2005). En este trabajo se abandona el supuesto de independencia entre actores, países, y se considera que hay relaciones de dependencia entre ellos. En este caso la dependencia es puramente estadística y surge del propio fenómeno de estudio: la convergencia de ingresos entre países, observada mediante una matriz de relaciones entre los países. Pero refleja relaciones de interdependencia económica como se verá en los capítulos siguientes.

Como se mostrará, bajo el supuesto de la ausencia de independencia entre individuos, el estudio de la convergencia de ingresos necesariamente debe tener un abordaje sistémico. Si bien, a pesar de que la macroeconomía ya ha incorporado trabajos desde esta perspectiva (Fagiolo, 2016), hasta donde se conoce, aún no existen trabajos desde la literatura de la convergencia que incorporen este enfoque (ver por ej. discusión entre Acemoglu, 2021 y Kremer et al. 2021).

Antes de continuar, conviene destacar que la convergencia económica entre países ha generado una extensa literatura siendo uno de los problemas centrales en los estudios del crecimiento económico. Simplificadamente, la convergencia busca medir si los países tienden a generar una riqueza similar en el largo plazo. La idea de convergencia postula, bajo el marco del modelo de Solow (1956), una relación inversa entre la tasa de crecimiento de la economía y su capital inicial (o ingreso) per cápita. Los trabajos de Sala-i Martin (1996) y Barro y Sala-i Martin (1992) fueron pioneros en probar la existencia de la convergencia del ingreso per cápita entre países.

Esta simple relación trajo una prolífica agenda de investigación, la cual buscó contrastar si la relación inversa entre crecimiento y capital inicial de la economía era validada empíricamente (Abreu et al., 2005; Johnson y Papageorgiou, 2020). Dicha relación plantea una conclusión muy potente, un país pobre crecerá más rápido y por lo tanto convergerá al ingreso del país rico. Igual de potentes fueron los cuestionamientos a esta hipótesis. ¿En cuánto tiempo convergen los países? Además, si esta relación es cierta, ¿qué factores la explican? ¿Efectivamente esta relación teórica es validada empíricamente?

Diversos trabajos recientes, muestran la relevancia de este problema de investigación (Rodrik, 2011; Acemoglu y Molina, 2021; Kremer et al., 2021). En primer lugar, destacando que el estudio del tema no está acabado ni mucho menos, debido a que la evidencia no es concluyente respecto

a los determinantes y a la existencia misma de la convergencia (Johnson y Papageorgiou, 2020; Abreu et al., 2005; Galor, 2011; Barro y Sala-i-Martin, 2018; Kremer et al., 2021).

Sin embargo, más allá de la discusión acerca de la existencia o no de convergencia, este trabajo busca poner a discusión los métodos usualmente utilizados para estudiar la convergencia entre países. En la sección 2 se fundamenta que los métodos habitualmente empleados, que consideran como unidad de análisis a un país en un momento del tiempo, con independencia de otros países, son inadecuados para medir la convergencia entre países.

Hasta donde se conoce, no existen trabajos que incorporen metodologías que estudien la convergencia mediante técnicas que tengan en cuenta el hecho de que consideren a las economías nacionales como interdependientes. Si bien, conceptualmente las unidades económicas difícilmente pueden considerarse independientes, la interdependencia entre países se ha visto acentuada por el fuerte proceso de globalización ocurrido por el intercambio mundial de mercancías, flujos de personas y capitales financieros luego de la segunda guerra mundial (Rodrik, 2018). Lo que hace que se deba considerar a la convergencia como un problema complejo, en el cual las estimaciones econométricas no pueden suponer independencia entre individuos.

Por lo tanto, la principal contribución es ofrecer una nueva perspectiva de análisis que adecúe la medición de la convergencia al concepto. Ofreciendo así, un abordaje econométrico novedoso y consistente con el enfoque que busca entender la macroeconomía como un sistema complejo. Para eso, se parte del postulado de que el supuesto de independencia entre actores es inadecuado.

Además, este trabajo es un aporte para la literatura de estadística aplicada a grafos y a la literatura de análisis de redes, ofreciendo una aplicación del método Exponential Random Graph Model (ERGM) a problemas económicos. Vale notar que los trabajos previos que aplican grafos a la macroeconomía se enfocan en un número limitado de países (Jang y Yang, 2022) mientras que este trabajo expande la muestra de países considerados.

Luego de esta introducción, en la sección 2 se presenta el marco conceptual y antecedentes referidos a la literatura de la complejidad, la convergencia y la relación entre ambos conceptos. En la sección 3, se desarrolla la metodología que operacionaliza el concepto de convergencia y se introduce el método econométrico junto con los datos a utilizar. En la sección 5 se presentan los resultados descriptivos del grafo y las estimaciones que contrastan las hipótesis del trabajo. Finalmente, en la sección 6 se discuten los hallazgos del trabajo junto con la agenda de investigación a futuro.

2. Marco teórico y antecedentes

El sistema económico mundial puede ser entendido como un sistema complejo (Fagiolo, 2016; Fagerberg y Srholec, 2017). Esto supone un sistema cuyos componentes tienen relaciones intrincadas o entrelazadas unas a las otras, generando propiedades emergentes, es decir propiedades globales del sistema que no se reducen a la suma de las partes que lo componen. Por ende, dicho sistema sería imposible de entender si solo estudiáramos las partes de manera separada.

Estos sistemas dependen de todas las interacciones de los agentes. Por lo tanto, no hay agentes atomizados, sino que se debe considerar a la economía global como una unidad, en el cual las interacciones se suceden continuamente entre distintos países vinculados mediante flujo de personas, mercancías y otros productos inmateriales. De esta manera, se ha mostrado que el crecimiento en un país es determinado por interacciones complejas de redes de producción tanto locales (Carvalho y Tahbaz, 2019) como internacionales (Bernard y Moxnes, 2018). Dentro del sistema global, las interacciones entre países implican interrelaciones directas que afectan el crecimiento de uno y otro, así como también interrelaciones indirectas en países relacionados y movimientos casi imperceptibles en países más distantes (entendiendo por distancia en este trabajo la de ingresos). Una forma de pensar estas interrelaciones es a través de las funciones de producción, de empresas, sectores y países. Si bien este enfoque puede parecer inconsistente con el enfoque de Foster, ciertamente sería factible utilizarla como función que resume los inputs que utiliza una economía para transformarlo en producto. Así, se puede incorporar esta función al enfoque sistémico de la complejidad, pero en este caso estas funciones no solo se nutren de los factores típicos: capital y trabajo; sino también de factores como el conocimiento producido en otras empresas o países que repercute en muchas otras empresas/países (Zacchia, 2020). Esta forma de interpretar reconcilia en parte el enfoque neoclásico con la perspectiva de este trabajo, pero esto se desarrollará en una investigación posterior.

Las interrelaciones directas o indirectas son intrínsecas al problema económico, por lo cual, no se deberían analizar las trayectorias económicas entre regiones/países sin considerarlas de forma conjunta. Por esto se entiende adecuado revisar los métodos utilizados en la disciplina del crecimiento, desde la perspectiva de la complejidad, para comprender de una mejor manera la dinámica macroeconómica (Fagiolo, 2016).

Así es que surge el enfoque de redes en la literatura del crecimiento económico. Esta metodología que tiene larga data en otras disciplinas, ha crecido ampliamente en economía en la última década gracias a la proliferación de datos y métodos que permiten observar las interacciones complejas entre agentes (Hidalgo, 2021).

2.1. Antecedentes: convergencia

Hay acuerdo entre las principales teorías que las instituciones, la población, el comercio exterior, la innovación y el cambio estructural son canales fundamentales que permiten explicar el crecimiento en el largo plazo y, por lo tanto, sus consecuencias en la convergencia (Solow, 1956; Romer, 1990; Kongsamut et al., 2001; Aghion y Howitt, 1992; Galor y Weil, 2000). En forma paralela, se encuentran factores de demanda interna a cada país, pero principalmente, a nivel mundial, donde los factores de comercio son fundamentales para intercambiar mercancías y servicios que amplíen las posibilidades de consumo de un país y colocar la oferta de bienes locales en el resto del mundo lo cual implica un mayor crecimiento económico (Frenkel y Romer, 1999). Sin embargo, hay mucho por comprender en la teoría del crecimiento para explicar por qué las economías presentan ingresos tan heterogéneos. Bruns y Ioannidis (2020) confirman esta presunción, identificando 145

variables explicativas para el crecimiento económico y su posterior efecto en la convergencia.

En concreto, los estudios de convergencia surgen a partir de la década de 1980 con modelos unipaís (sin interacciones), debido al interés renovado por la teoría del crecimiento económico desde una óptica del largo plazo. Los primeros trabajos mostraron que existía convergencia (Barro, 1991), pero fueron criticados por sus problemas metodológicos. Fundamentalmente, por presentar sesgos en las muestras de países escogidas y por la baja potencia estadística (De Long, 1988; Bernard y Durlauf, 1996). Es así como se comenzó a discutir la validez de la teoría y a diferenciar entre convergencia absoluta (o incondicional) y convergencia condicional. La incondicional, postula que efectivamente todos los países convergen en el largo plazo. Sin embargo, en la condicional, hay convergencia (a un mismo estado estacionario), si y solo si, las características de los países son similares.

La evidencia empírica sobre este fenómeno se ha producido con distintas metodologías. En primer lugar, se utilizaron modelos lineales para estudiar si existía convergencia entre países. Mediante la especificación de la ecuación 1 se testeaba si la velocidad de convergencia (β) era negativa, en ese caso había convergencia (Baumol, 1986; Barro, 1991; Dowrick, 1992):

$$\log(y_{it}/y_{it-\tau}) = \alpha - \beta \log(y_{it-\tau}) + u \quad (1)$$

Diversos estudios documentan una tasa natural de convergencia (β) del 2%, es decir encuentran convergencia, a una cierta velocidad, la cual es menor a lo que predice teóricamente el modelo de Solow. Sin embargo, Abreu et al. (2005) en su extensa revisión de más de 600 artículos, muestran que los resultados sobre convergencia no son para nada concluyentes, habiendo valores tanto positivos (convergencia) como negativos (divergencia).

Sin embargo, en esta línea metodológica muchos otros autores encontraron convergencia condicional a nivel país (Abreu et al., 2005). Hay estimaciones similares mediante el uso de modelos no lineales. Asimismo, se utilizaron métodos no paramétricos para estimar el efecto de variables en el crecimiento (y su corolario en la convergencia), encontrándose resultados heterogéneos según las muestras utilizadas (países OCDE vs otros países) (Maasoumi et al., 2007). También hay trabajos que estudiaron la convergencia desde el análisis de series temporales, observando si existen series estacionarias de los ingresos entre países, lo que permitiría validar la presencia de convergencia (Phillips y Sul, 2007; Matheson and Oxley, 2007). Más allá de los modelos utilizados, la literatura del crecimiento aún no ha saldado dicha discusión, basta ver las conclusiones de dos de los principales referentes de esta literatura a nivel mundial, Galor (2011) y Barro y Sala-i-Martin (2018), en donde el primero concluye que la brecha a nivel mundial entre países no ha disminuido en los últimos 50 años, mientras el segundo concluye lo opuesto.

No obstante, vale notar que el estudio de la convergencia se ha realizado principalmente desde una visión atomizada entre los países. Esto significa que el resultado de un modelo unipaís puede ser replicado sin más para la economía global en su conjunto.

En este punto conviene notar un aspecto clave para el desarrollo conceptual del resto del trabajo, β estrictamente no mide la convergencia entre países, sino que mide la convergencia de un

país respecto a su propia trayectoria de crecimiento de largo plazo. Es aquí que entra la necesidad de incorporar un enfoque, ya no a nivel de país sino a nivel sistémico. El paso lógico es pasar de unidades de análisis por país a díadas, es decir pares de países. Esto es lo que se va a hacer de ahora en más.

2.2. La convergencia, una medición compleja

Si bien existe una extensa literatura sobre el problema de la convergencia, hasta donde se conoce no ha sido abordado directamente desde la teoría de la complejidad (Acemoglu y Molina, 2021 y Kremer et al. 2022). Es comprensible que dado el curso de investigación sobre el tema, en las primeras experiencias de los años 80 y 90 no se tomara en cuenta esta visión. Sin embargo, a la luz de la disponibilidad de nueva teoría y métodos computacionales para su validación, parece necesario considerar las limitantes del supuesto de independencia e incorporar el enfoque de la complejidad como manera de mejorar la validez de la medición.

Si se quisiera medir de una manera más apropiada la convergencia debería formularse un modelo como el de la ecuación 2 que sería inviable de estimar econométricamente dado el elevado número de grados de libertad para testear la hipótesis nula de convergencia.

$$\log\left(\frac{pib_{it}}{pib_{it-1}}\right) = \alpha + \sum_{j \neq i} \beta_j \cdot pib_{jt-1} + \beta_{iz} Z_{it-z} + \epsilon_{it} \quad (2)$$

Quizás en parte por esto se haya mantenido el enfoque reduccionista. Como hacen notar Cincotti et al. (2022), el reduccionismo postula que se debe dejar de estudiar la naturaleza como un todo orgánico y se debe reducir el problema a fenómenos más simples, cuantificables reduciendo la estructura compleja a partes reducidas y representadas matemáticamente.

En contraposición, hay una postura holística que plantea que el todo es mayor a la suma de las partes. Los sistemas de bajo acoplamiento (independencia entre las partes) funcionan bien con el enfoque reduccionista, pero cuando esto no es así y hay interacciones fuertes con el mundo exterior, se requiere de un enfoque holístico. Por ejemplo, los modelos macroeconómicos tradicionales (Dynamic Stochastic General Equilibrium models), no recogen el hecho de que los sistemas complejos no se comportan como una distribución Gaussiana sino como una ley de potencia. Para incorporar la ley de potencia, encontrada en muchos sistemas sociales se deben violar alguno o varios supuestos del teorema central del límite (TLC): a) variables aleatorias independientes b) variables aleatorias idénticamente distribuidas c) variables aleatorias con media y varianza finita (Cincotti et al., 2022).

Analizar este tipo de problemas requiere alinear el marco teórico de la convergencia y de la complejidad, incorporando un método que permita trabajar con el problema de la no independencia y alcanzar mediciones de convergencia más adecuadas. Una técnica que cumple con estos requisitos es el ERGM. Este enfoque de la medición de la convergencia permite considerar como condiciones necesarias que las variables aleatorias sean dependientes y que existan agentes heterogéneos.

A la luz de esta discusión conviene enfatizar los objetivos principales del trabajo: i) mostrar

que el problema de la convergencia debe ser abordado desde una nueva perspectiva que incorpore un método adecuado para el problema; ii) proponer un método que contribuya a resolver los problemas metodológicos presentes en trabajos anteriores, y; iii) responder a la pregunta de si ha existido convergencia de ingresos entre países en el periodo 1960-2019 y qué canales macro, meso y micro, pueden estar influyendo en eso.

3. Metodología

3.1. Una medida de distancia para identificar convergencia

La estrategia empírica para identificar la convergencia proviene de una medida de distancia entre economías. En términos algebraicos se define una medida de distancia novedosa, ya que a diferencia de otras medidas utilizadas (Ye and Robert-son, 2016 y García-Algarra et al., 2023), en este caso se utiliza la distancia entre cada par de países A y B. Así, se define la distancia como la diferencia de los pibs entre ambas economías en un momento del tiempo:

$$|y_j^A - y_j^B| \quad (3)$$

Dónde y_j^i es el PIB del país i en el año j . Bajo esta medida de distancia se postula la definición de convergencia mediante la desigualdad 4. Bajo esta definición el concepto que se busca capturar es el mismo que el habitual en la literatura de convergencia pero está operacionalizado de otra manera. Se considera una medida adecuada para captar este fenómeno:

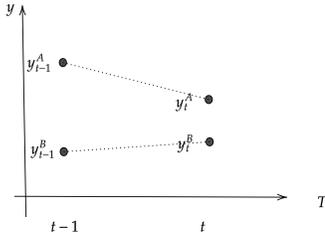
$$|y_t^A - y_t^B| < |y_{t-1}^A - y_{t-1}^B| \quad (4)$$

Por lo tanto si la distancia entre dos países A y B disminuye de un período a otro hay convergencia. Los casos posibles para que esto ocurra son cuatro y se describen en la figura 1.

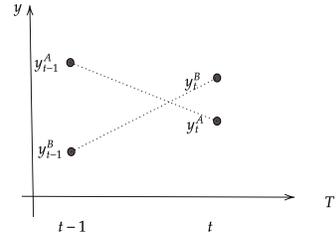
A los efectos de avanzar en la discusión teórica sobre las implicaciones de la convergencia en las interrelaciones (intrínsecas) que se desprenden del propio fenómeno, se desarrollan algebraicamente los casos posibles vistos en la figura 1:

$$\begin{aligned} 0 < y_t^A - y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B & \quad \text{Caso A} \\ 0 < -y_t^A + y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B & \quad \text{Caso B} \\ 0 < y_t^A - y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B & \quad \text{Caso C} \\ 0 < -y_t^A + y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B & \quad \text{Caso D} \end{aligned} \quad (5)$$

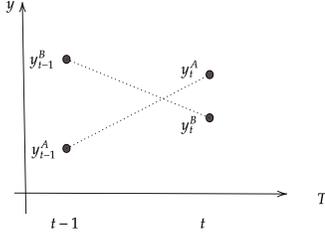
Estas condiciones serán analizadas con más detalle más adelante. Si bien, los procesos que surgen de la definición de convergencia conlleva a estructuras más allá de las tríadas la consideración de estas termina derivando en estructuras más complejas, por eso se pondrá especial atención a este tipo de subestructuras.



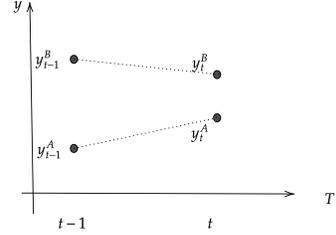
(a) Caso A.



(b) Caso B.



(c) Caso C.



(d) Caso D.

Figura 1: Convergencia entre A y B

3.2. La construcción del grafo de convergencia: el método MVA

La unidad de análisis no es el país, sino el par A y B de países, llamémosle a esta unidad de análisis diada para mantener la jerga de redes.

Del párrafo anterior puede surgir la pregunta de cómo estimar si efectivamente hay convergencia. Como se observó, la ecuación de crecimiento no es útil bajo esta definición, se debería una especificación como en la ecuación (2). Pero este problema de grados de libertad para hacer inferencia esbozado al exponer la ecuación 1 se salva al considerar a la convergencia (o divergencia) entre países como fuente de un proceso sistémico que surge de las interrelaciones entre países. Así, si se reformula el abordaje entendiendo a cada par de interacciones como una celda de una matriz, el problema de medición de la convergencia se convierte en abordable por métodos estadísticos ya conocidos hace varias décadas en la literatura de grafos.

Así es que para estudiar los mecanismos que explican a la convergencia, en primer lugar, se debe construir la red (grafo) que determina qué pares de países han convergido en un momento t del tiempo. Un grafo no es otra cosa que una matriz, en este caso compuesta de ceros y unos, dónde los unos indican convergencia de ingresos en un período dado. Para fijar ideas a continuación se muestra un ejemplo de un grafo $G=G(\text{nodos}, \text{vértices})$. Dónde los nodos son países y los vértices son los valores dicotómicos que indican convergencia. En la figura (2) se observa que A y B convergen entre sí, y lo mismo sucede entre A y C. Sin embargo, el país D no converge con nadie.

Así para cada momento del tiempo t , se obtiene una matriz (G) de tamaño $N \times N$, siendo N la



Figura 2: Ejemplo de grafo de convergencia.

cantidad de países, donde vale uno si hay convergencia entre i y j y cero en caso contrario:

$$G_{ij} \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } |y_t^i - y_t^j| < |y_{t-1}^i - y_{t-1}^j| \quad \forall i, j \in \text{conjunto de países para los que existe datos.} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Como se puede observar el grafo G es construido por la distancia en valor absoluto en dos momentos del tiempo. Por este motivo se le llamará Método del Valor Absoluto (MVA) a partir de este momento. A modo de adelantar la estructura del grafo, que luego se describirá con mayor profundidad, lo que se obtiene es la siguiente red (ver figura 3). Esta conecta a los países de la muestra. Esta es solo una forma de representar los datos (por ejemplo en la sección A.1 se desarrolla una forma alternativa), pero tiene una potencia muy fuerte ya que resumen una complejidad de información en una foto (ver figura 3). Pero más importante, tiene un arsenal de herramientas matemáticas y estadísticas para analizar esta información, que con el análisis longitudinal cross-section habitual sería imposible abordar. Claramente, aquí hay muchísima información que se irá desagregando en los próximos apartados de forma de poder decir algo más sobre la convergencia. Por ahora, a modo de describir visualmente los resultados, se observa redes muy conectadas, pero donde al principio existía menos convergencia que al final. Es necesario, utilizar medidas de red, algoritmos y métodos econométricos adecuados para poder llegar a desmembrar lo que arroja este primer resultado. Hacia allí se irá en el apartado correspondiente en describir los resultados.



(a) Red del período 1960-1963.

(b) Red del período 2013-2019.

Figura 3: Topología de la red de convergencia

3.3. Modelo econométrico: ERGM

A partir del grafo (G) de convergencia, se aplicará una derivación de la metodología de modelos de grafos aleatorios exponenciales con el objetivo de responder cuáles son las características relevantes para explicar la posición de cada uno de los nodos (países) en la red (Robins et al., 2007). Los ERGMs están contruidos para explicar la estructura global de la red, además de que también permiten explicar los vínculos mediante interacciones entre actores. Estas interacciones se recogen mediante la distancia que existe en las mediciones de una variable entre dos actores. Este análisis corresponde al nivel meso y se le llamara análisis de diadas. Llegamos entonces, al nivel de análisis en el que se puede medir, finalmente, el concepto de convergencia de acuerdo con los postulados de complejidad presentados antes.

Así se define la probabilidad de convergencia como la brecha de ingresos entre el país i y el j por intermedio de la siguiente medida de distancia ($d_{i,j}$), la cual difiere cuantitativamente al β habitual (ver ecuación 1):

$$d_{i,j} = |pibpc_{it} - pibpc_{jt}| \neq \beta \quad (6)$$

Los modelos ERGM son regresiones logísticas modificadas que permiten que la probabilidad de un enlace dependa de la presencia de otros enlaces dentro de la red (entre otras variables). Los ERGM son capaces de tener en cuenta las interacciones dirigidas, así como las interacciones ponderadas entre los nodos (Van der Pol, J. (2019).

Matemáticamente un ERGM se define como (Robins et al., 2007):

$$p(y | \theta) = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \exp \{ \theta^T g(y) \} \quad (7)$$

Donde $y = [y_{i,j}]$ es la realización de la matriz de adyacencia aleatoria $Y = [Y_{i,j}]$ asociada con un grafo $G = (N, v)$. $g(y) = [g_1(y), g_2(y), \dots, g_Z(y)]^T$ es un vector Z dimensional constituido por estadísticos (y/o funciones conocidas) de y y atributos de los nodos (E , en este caso países) de la red. $\kappa \stackrel{\text{def}}{=} \kappa(\theta)$ es la constante de normalización, $\kappa = \sum_y \exp \{ \theta^T g(y) \}$. θ representa la magnitud

y dirección de los efectos de $g(y)$ sobre la probabilidad general de la red.

La probabilidad del grafo completo se puede reexpresar en escala logit, en términos de la probabilidad condicional de observar una arista (V , en este caso convergencia) manteniendo el resto de la red fija:

$$\text{logit } \Pr(y_{i,j} = 1 | y_{-(i,j)}) = \theta^T \delta_{i,j}(y) \quad (8)$$

Dónde $y_{-(i,j)}$ corresponde al vector y , exceptuando la observación $y_{i,j}$. $\delta_{i,j}(y)$ es la estimación del cambio y se calcula $g(y | y_{i,j} = 1) - g(y | y_{i,j} = 0)$, manteniendo constante el valor del resto de las aristas o díadas (convergencia entre país i y j) de la red y . Los θ^T se pueden interpretar como la contribución en términos de probabilidad de observar una arista en particular, condicionado a que el resto de las díadas permanecen incambiadas.

Utilizando estos modelos es posible estimar la probabilidad de que dos países se conecten debido a sus atributos, es decir a sus características observables. La especificación a estimar será de la siguiente forma, pudiendo variar minimamente según la estimación particular del modelo:

$$\text{logit } y_{t,ij} = \underbrace{\sum_{z=1}^Z \theta_z X_{t,i}^z + \sum_{z=1}^Z \theta_z X_{t,j}^z}_{\text{individual level}} + \underbrace{d_{i,j} \cdot |pib_{t,ij} - pib_{t,ij}| + \sum_{z=1}^Z \theta_z X_{t,ij}^z}_{\text{edge level}} + \underbrace{\theta_1 \text{edges}_{t,ij} + \theta_2 \text{triangles}_{t,ij}}_{\text{structural level}} \quad (9)$$

Mediante la ecuación 9 es posible identificar la convergencia, a través de $d_{i,j}$. Esta ecuación recoge no solo los efectos habitualmente utilizados como controles, es decir “individual level” o microscópicos (por país en este caso), “edge level” (pares de países o mesoscópicos) y “structural level” (o macroscópicos). Los efectos a nivel de diada además de la distancia entre PIB de dos países, que identifica el concepto de convergencia, mide la distancia entre variables relevantes a nivel macroeconómico. Finalmente, se controla por la endogeneidad estructural de la red de convergencia, así se podrá corroborar si las hipótesis que consideran la importancia de las díadas y los triángulos se corroboran mediante la identificación de una probabilidad positiva y significativa para identificar convergencia. A los efectos de las estimaciones, aprovechando que se tiene la evolución de la red a lo largo del tiempo, se utilizará la versión dinámica del modelo ERGM denominado Temporal Exponential Random Graph Models. Para las estimaciones se utilizará el método por pseudoverosimilitud utilizando Bootstrapping, implementado mediante la librería BTERGM del software R, la cual permite implementar la estimación temporal de los modelos ERGM de manera eficiente (Leifeld et al., 2018).

3.4. Variables y fuentes de datos

Teniendo en cuenta la diversidad de factores que juegan en el crecimiento económico, se utilizan algunas variables típicas que explican el crecimiento desde el lado de la oferta como la complejidad económica captada a través del índice de complejidad económica (ECI) y la tasa de inversión (inv) rezagada respecto al producto de las economías nacionales. Según el abordaje de complejidad económica la producción de bienes y servicios requiere de los factores productivos típicos, pero además de conocimiento tácito y codificado (know how), cuya incorporación en la producción de

un país es fundamental para realizar una transformación estructural diversificada (Hausmann et al., 2020) que impulse el crecimiento económico sostenido y con alto valor agregado. El ECI mide la complejidad de la producción nacional a través de sus exportaciones, según la diversidad de la producción del país y la ubicuidad de los productos que el mismo produce.

Si se piensa en una función de producción de capital habitual por unidad de producto (inversión/PIB) típica, que determina el nivel de producción agregado de una economía, *eci* e *inv* son claves para identificar los factores que explican el aumento del PIB. A su vez, el ECI es una medida cada vez más utilizada, si bien no representa la innovación sí permite distinguir usos intensivos diferenciados del capital. Por lo que permite distinguir entre funciones de producción menos complejas dado un nivel de factores productivos, es decir aproxima a las capacidades de una economía para combinar recursos de forma productivamente compleja. Por otro lado, como se mencionó, el factor externo es fundamental, en este sentido se optó por utilizar como proxy de la influencia del sector externo en el crecimiento y la convergencia la variable *margen de exportación*. Esta variable es un refinamiento de medidas clásicas como los términos de intercambio y el tipo de cambio real, ya que no considera todos los precios del resto del mundo sino, los precios que afectan a la canasta de bienes exportables del país (Bianchi et al.2023).

La principal fuente de datos empleada es la base internacional Penn World Table (PWT) versión 10.0. Esta base de datos es una de las fuentes habitualmente utilizadas para el análisis comparativo del PIB real entre países (Feenstra et al. 2015). Esto permite estimar si hay convergencia en el momento t entre el país i y el j (v_{ij}). Otra ventaja de esta base de datos es su amplia cobertura tanto temporal (1950-2020), como geográfica (182 países). Vale mencionar, que, a pesar del número de países inicialmente extenso de la base de datos, esta se reduce significativamente debido a que existen datos faltantes tanto del PIB, como de las variables que describen los factores explicativos de la convergencia. Por este motivo se depura la base para obtener un panel balanceado con el que se estiman las regresiones. Se optó por obtener el panel más extenso posible en tiempo y países. Por lo tanto, según el tipo de red analizada para las estimaciones de modelos ERGM, el número de países variará entre 83 y 106.

Finalmente, en la tabla 4 se definen algunos conceptos claves de la literatura de redes que serán utilizados en el siguiente apartado, necesarios a la hora de interpretar los resultados del análisis.

Indicador	Definición	Interpretación
Número de Nodos (N)	Son los objetos que integran la red.	En este caso son los N países.
Edges (E) o diadas	Un Edge, link o diada es la presencia de un vínculo entre dos países.	Para el caso de análisis implica convergencia entre dos países.
links promedio o degree	$deg=N/E$	Indica la cantidad promedio de países con los que converge un nodo tipo.
Componente	subgrafo donde todos los nodos están directa o indirectamente conectados entre sí.	Países que directa o indirectamente convergen entre sí.
edge density	El ratio entre los vínculos existentes sobre los vínculos posibles. $den=E/(N*(N-1)/2)$	Ratio de número de países que convergen respecto a todos los casos posibles de convergencia
Número de aislados	Son aquellos nodos que no tienen vínculos en la red.	Países que no convergen con otros países.
Número de triangles	Número de triadas en los cuales los tres nodos tienen enlaces dos a dos.	Países tomados de a tres, en los cuales todos convergen con todos.
Triadas	Si se consideran tres nodos al menos dos convergen entre sí	Es el caso en que un país i converge con otros dos países y z (sin importar si j y z convergen)
transitivity	Mide la proporción de triángulos en la red, respecto a las triadas existentes (sean cerradas o no)	Mide las triadas de países que convergen todas entre sí respecto a las triadas de países donde al menos uno de ellos converge con el resto.
centrality	Nivel de concentración en la distribución de grado entre los nodos de la red.	Niveles altos de concentración implica que solo hay pocos países que convergen con muchos países.
Cluster	Algoritmos de clusterización que seleccionan grupos similares dentro de la red, realizando grupos disjuntos.	El número de clusters indica la cantidad de grupos disjuntos que contienen países cercanos/similares.

Figura 4: Indicadores de red.

4. Hipótesis

El supuesto general del trabajo postula que para medir adecuadamente fenómenos complejos como la convergencia es necesario analizar la estructura de un grafo interdependiente. Así, como se observó en la ecuación 2, es necesario pasar de la unidad de análisis país a una concepción de interacciones por pares, donde la unidad de análisis es la relación diádica. Lo que habilita la obtención de mediciones consistentes con la pregunta de investigación. La hipótesis del trabajo postula que la medición tradicional de la convergencia arroja resultados si no erróneos por lo menos limitados por el hecho de no considerar el efecto sistémico. Ese efecto no es posible medirlo con la metodología tradicional por dos motivos: i) falta de grados de libertad para validar hipótesis ii) ausencia de independencia.

En este sentido, una vez fundamentada la necesidad de operacionalizar la forma de medición mediante un enfoque diádico se pasa a contrastar las hipótesis sobre independencia. El razonamiento lógico-deductivo es: si existe una estructura compleja entre los actores del sistema económico, se debería constatar una proporción elevada de conexiones que conforman distintos sub-grafos o sub estructuras dentro de la red, lo cual se va a ver manifestado mediante diadas, triángulos y clusters (ver tabla 4).

4.1. Ausencia de independencia

Bajo el postulado anterior, a continuación, se proponen una serie de hipótesis a testear sobre la ausencia de independencia entre actores, que de confirmarse avalarían la tesis de un sistema complejo.

4.1.1. Ausencia de independencia: díadas

Para justificar el abordaje de la convergencia como un conjunto de interdependencias, efectivamente tienen que existir casos de convergencia. Esto significa que la estructura de la red de convergencia debe tener relaciones diádicas que expliquen el grafo de convergencia (denominado G). Por eso, se testeará una relación trivial en el modelo ERGM, si la variable que mide la prominencia de díadas en la red (*edge* en la jerga del modelo) es significativa. Lo que significa que el modelo tiene sentido, ya que expresa las relaciones de dependencia como probables para dicha estructura de la red.

Si bien, la hipótesis es una condición necesaria para estimar este tipo de modelos, nada aseguraría a priori que las relaciones diádicas existen más allá de una relación aleatoria. No se debe perder de vista que la definición de convergencia no determina convergencia segura entre países. Esta hipótesis podría sugerir una relación tautológica, pero la existencia de convergencia a partir de la definición MVA no está asegurada. Sino que depende del punto de partida y del crecimiento de cada país. Suponer convergencia surge de modelos teóricos previos y no de la construcción del grafo. Por eso se propone en este punto corroborar efectivamente que la convergencia entre pares de países efectivamente aportan probabilidad a la conformación del grafo o sistema.

H1.1 Las relaciones diádicas (o edges) serán una variable explicativa significativa para explicar la estructura de la red: $\theta_{edges} \neq 0$.

4.1.2. Ausencia de independencia: transitividad

Como es habitual en los estudios de redes (Desmarais & Cranmer et al. 2012), los nodos presentan relaciones que van más allá de las relaciones dos a dos (diádicas), sino que existen otras topologías: triángulos, estrellas, árboles, bosques, cliques, entre otras configuraciones. Estas estructuras permiten recoger las relaciones subyacentes entre nodos. Así, en términos estadísticos se pueden interpretar como formas de incorporar la endogeneidad de la estructura de datos a la estimación.

Ya se observó la necesidad de observar el problema como uno complejo. Se postuló la necesidad de las díadas para definir adecuadamente el concepto de convergencia. Un paso lógico es continuar a la estructura siguiente que es la tríada (ver figura 5). Esta determina todas las estructuras más complejas que puedan existir. De esta estructura surge la pregunta de cuán probable es observarlas y si su existencia implica triángulos, es decir grupos de países convergiendo en grupos de tres.

Así siguiendo la línea de trabajos de redes (Goodreau, 2009), es probable que emerjan estructuras triangulares o relaciones de transitividad entre actores. Esto significa reconocer para este estudio, que, si hay convergencia entre dos economías, bajo ciertas condiciones estas convergerán a una tercera. Esto en términos de matemática de grafos es postular que una triada (A converge con A y con C) es estadísticamente verosímil que terminen cerrándose (B convergerá con C, ver figura 5).

En términos operativos la idea es sencilla. Por ejemplo, en los países de la unión europea a

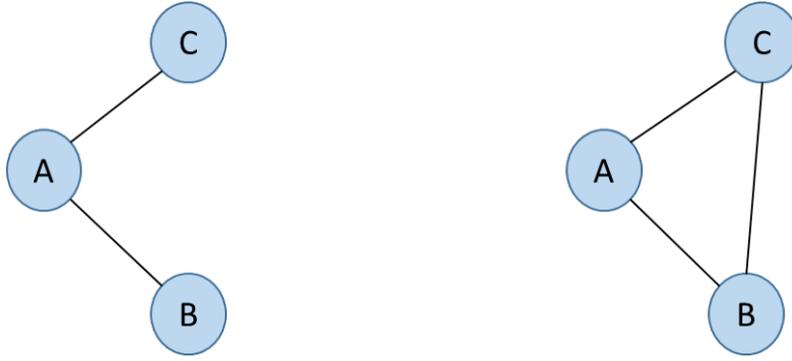


Figura 5: Ejemplo de tríada (izquierda) y un triángulo (derecha).

pesar de que no todos convergen entre sí, los países líderes como Alemania y Francia terminaron convergiendo a otros como España. Provocando que la integración de estos países haya llevado a estructuras conectadas del tipo triangular (Matesanz & Ortega, 2016). ¿Pero esto siempre es factible? ¿Bajo que circunstancias sucede este hecho?

El sistema interconectado de países llevaría a pensar que existe una probabilidad no nula de convergencia. El desarrollo teórico parece sustentar esta idea. Pero, ¿realmente existirá una posibilidad teórica de convergencia en grupos de tres países? Si la respuesta es afirmativa, ¿cuan probable es que esta convergencia se dé? ¿cuando hay convergencia entre B y C, dado la convergencia de A con B y con C? Teóricamente, según los casos en 5, existen 10 posibles combinaciones de convergencia de A con B y C, donde según la proposición 1 6 de ellas implican convergencia.

Proposición 1. *Si un país cualquiera A converge con dos países cualesquiera B y C. Existen 6 casos de los 10 posibles que implican convergencia.*

Demostración. ver A.2 □

De la proposición anterior se espera que exista una probabilidad no nula de triángulos que expliquen la red. Se postula el hecho de una probabilidad no nula, ya que la convergencia no se produce en un contexto aséptico y aleatorio sino que depende de diversos factores.

Este resultado es esperado pero no estaba formalizado. Si bien, en términos teóricos nada asegura que exista convergencia entre tríadas de países, la proposición deja expuesto que este fenómeno es plausible y tiene una probabilidad alta mayor al 0.6 a priori, bajo el supuesto claro está que todos los casos fuesen alcanzables. Tarea que empíricamente es difícil de testear, pero la teoría de grafos ofrece herramientas para acercarse a este fenómeno. La proposición además pone a la luz la importancia de analizar el sistema económico, como un sistema interdependiente. Es más, los países por el hecho de estar en un sistema (el mundo), las relaciones subyacentes no pueden más que empujar al sistema a formar subgrupos con una probabilidad no despreciable.

En términos operativos, la literatura de redes ofrece un test que valida una relación significativa de las relaciones de transitividad. En este caso implica obtener clubes selectos o triádicos para explicar la convergencia. Lo cual implica testear la siguiente hipótesis nula:

H1.2 La estructura de la red presentará una probabilidad no nula de convergencia de a tres países:

$$\theta_{transitivity} \neq 0$$

4.1.3. Ausencia de independencia: clusters

Siguiendo la idea de convergencia condicionada a grupos de países, varios trabajos (Hobijn y Franses, 2000; Corrado y Weeks, 2011) evidencian clubes de países convergentes.

En concreto, a través del estudio de la topología de la red, se espera encontrar varios clubes de países.

H1.3 La estructura de la red se observará fragmentada, pero se identificarán K grupos disjuntos de países entre sí. Siendo K un valor mayor a 1.

Bajo las tres hipótesis anteriores, esto significa identificar una red fragmentada en donde hay países muy cercanos entre sí, pero disociados de otros grupos de países. Existe una relación de dependencia estadística entre países, la cual se manifiesta mediante la estructura de la red, interconectada formando grupos interrelacionados. Si esto sucede estamos ante ausencia de independencia. No rechazar el conjunto de hipótesis acerca de la topología de la red, ofrece evidencia de la necesidad de asumir no independencia entre países, es decir que se incumplen los supuestos del TLC, lo que justifica el uso de métodos de grafos para realizar estimaciones consistentes.

4.2. La distancia como medida de la convergencia

Una vez demostrada la pertinencia del método se continua con el testeo de la convergencia identificándola de forma diferente a los estudios anteriores (Sala-i- Martin 1990, Kremer et al., 2021; Acemoglu e t al., 2021). Se propone medir la probabilidad de convergencia desde la teoría de la complejidad y los grafos, en términos operativos se utilizaran los ERGM. Se especificará un modelo econométrico que medirá la probabilidad de convergencia $\theta.d_{i,j}$. Donde $d_{i,j}$ es una medida de distancia entre los ingresos de dos países en un momento del tiempo. Vale recalcar, $d_{i,j}$ no refiere a la velocidad de convergencia, y en términos cuantitativos nada tiene que ver con la β convergencia discutida en Sala-i-Marin (1990), Acemoglu y Molina (2021) y Kremer et al. (2021). Dicho esto, el abordaje conceptual es el mismo: cuanto mayor sea la brecha entre países en t-z períodos mayor será la probabilidad de convergencia. Esto es lo que postula la literatura de convergencia canónica (Kremer et al., 2021). Cuanto mayor sea la acumulación de capital y otros inputs asociados a la generación de ingresos de un país menor será el crecimiento potencial futuro. En términos sistémicos, diádicos en este caso, es reconocer que a mayor distancia entre ingresos de dos países en períodos anteriores al actual, el país más pobre relativamente tendrá que crecer

más rápido. Por lo tanto, habrá una mayor probabilidad de convergencia.

Así se contrastará la hipótesis de la convergencia a la luz del nuevo método:

H2 La probabilidad de convergencia aumentará cuanto mayor sea la distancia, $d_{i,j}$, entre ingresos del período anterior entre dos países i y j .

$$\theta_{d_{i,j}} > 0$$

5. Resultados

La dimensión temporal del análisis transcurre en casi 60 años (1960-2020). Esto implica tomar decisiones metodológicas acerca de cuál es la unidad de tiempo, usualmente en la literatura de crecimiento se usan los datos en promedios de un conjunto de años, ya que se busca omitir variabilidades debidas a shocks o errores de medidas que puedan estar distorsionando los valores de las variables. Se observa la red según la unidad de tiempo utilizada, denominando "short network.^a la red construida utilizando promedios septenales del PIB, mientras que la "long network.^{es} aquella red que usa el PIB anual por medias móviles.

Los resultados muestran un patrón cíclico, con olas de convergencia entre países a principios de la década de 1980, de 2000 y entorno al 2008 (ver Figura 6a y 6b). Esto se vincula fuertemente a crisis globales como la crisis de la deuda en Latinoamérica de la década de 1980, la crisis asiática a fines de siglo XX y la crisis de hipotecas de Estados Unidos de 2008. El resultado es sugerente y merece nuevas exploraciones para entender porqué sucedió este fenómeno de aumento de convergencia en tiempos de crisis. La red anual muestra una variabilidad demasiado pronunciada al utilizar una unidad de tiempo anual, por lo que se opta por utilizar la red corta de aquí en más, la cual utiliza los promedios quinquenales.

Los gráficos 6a y 6b, muestran la evolución de la centralidad de la red, esto es la cantidad de los países con los que el país tipo de la red converge en promedio. Así, se aprecia que en promedio se converge con un mínimo de 9 países al comienzo del periodo y crece hasta el entorno de 17 países en los últimos años (ver gráfico 6a). Siguiendo una tendencia levemente creciente. En términos de los valores extremos, esto también se aprecia en la red anual, ver gráfico 6b, aunque con una inestabilidad mucho mayor. Esto muestra cómo, en promedio, los países convergen con entre el 10 % y 20 % de los otros.

Los resultados de la red corta (que se utilizará de aquí en más) permiten sacar una primera conclusión. Bajo el supuesto de que las conexiones se estableciesen mediante un proceso aleatorio (una red Erdos-Renyi en la literatura), la probabilidad de conexión por nodo (Barabási, 2013) sería de: $2 \cdot \frac{L}{N-1}$. Siendo L el número de enlaces (convergencias) y N el número de países en este caso, para 108 países, la probabilidad de convergencia entre dos países sería entre 0.26 y 0.43. Bajo este supuesto la diferencia de estimar la probabilidad con modelos de redes respecto a modelos sin

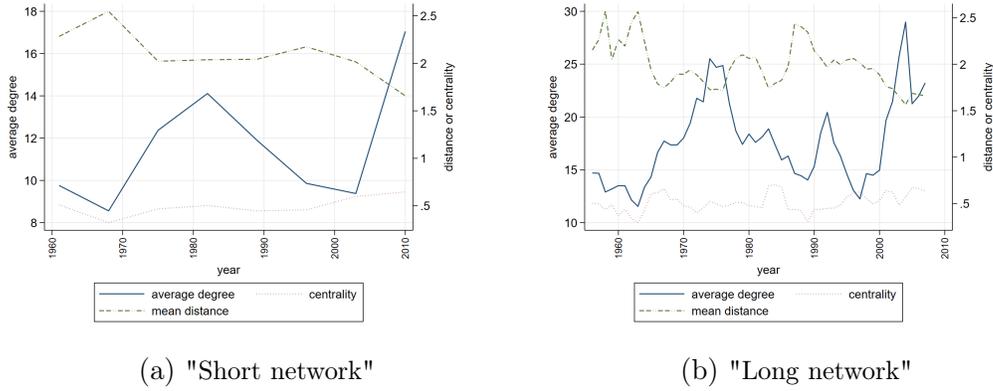


Figura 6: Evolución de grafos de convergencia

interdependencia se ve por la siguiente relación:

$$\frac{\frac{2 \cdot L/N}{N-1}}{\frac{L}{N}} = \frac{2}{N-1} \quad (10)$$

La asíntota de la ecuación 10 cuando N es grande es 0. En este caso, con 108 países, la diferencia es de 1,8 %. Esta diferencia bajo un mundo de independencia al asignar la probabilidad de converger con otro país, nos arroja una diferencia en la probabilidad de convergencia cercana al 2 % respecto a un mundo no sistémico. Estas pequeñas diferencias parecen tener un impacto limitado en un cambio de perspectiva y por ende de metodología. Pero como se mostró en el marco teórico y se describirá a continuación, las conexiones distan mucho de ser aleatorias. Sino que la topología de la red, las características de los países asociados a su historia hacen que los países no converjan entre sí con una probabilidad independiente de estas características. El resto del artículo va hacia este punto, la convergencia se da entre países, que tienden a converger en triadas y a formar clusters asociados a distancias de distinto tipo.

5.1. Triadas

Como es esperable se confirma otra característica distintiva de la complejidad, la fuerte presencia de triángulos en la red. En el eje izquierdo se observan los valores de la línea punteada del gráfico 7 la cual muestra la evolución de los triángulos respecto a todos los triángulos posibles que puede tener la red. Ahora, habitualmente una medida útil para ver la tendencia a formar clubes de convergencia es observar la transitividad global de la red. Esta medida es lo que refleja la línea sólida cuyos valores se observan en el eje derecho de la figura 7 y mide la ocurrencia de triángulos dado el número de triadas ya existentes. Notar que este número inicia en el entorno a 0.5, hasta alcanzar su máximo a mediados de la década del 80, con una probabilidad de 0.6. Sin embargo, a partir de ese momento la probabilidad cae sistemáticamente.

El resultado anterior contrasta con la proposición 1, si los casos fuesen equiprobables la probabilidad de formar agrupamientos debería ser de al menos 0.6. Esto no sucede, lo que podría inducir a pensar que no todos los casos son plausibles empíricamente pero esto no es posible de

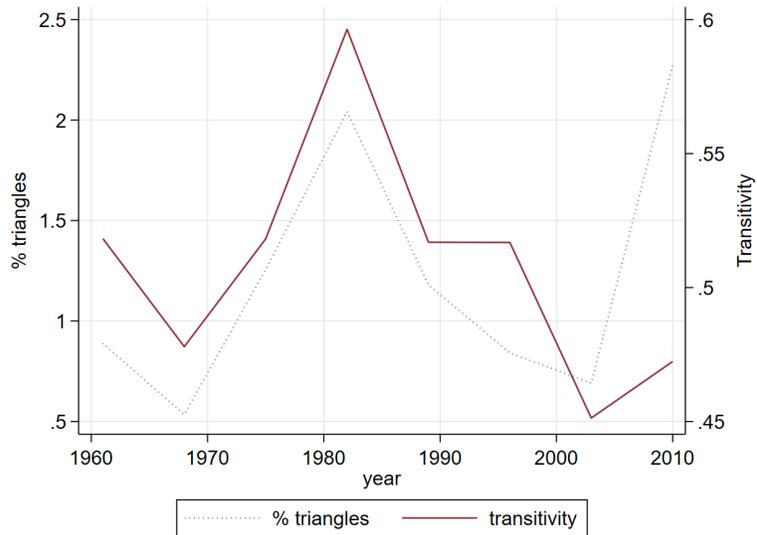


Figura 7: % of triangles and transitivity of short network.

afirmar con este indicador. Otra interpretación menos lineal es que se hace poco plausible que países muy disímiles tengan movimientos sincrónicos (similares) que los lleve a converger entre sí con un tercero. Lo que si se muestra es como la proposición teórica confirmatoria de la literatura de redes, se confirma en los datos existiendo una probabilidad no nula y alta, cercana al 0.5 de existir tríadas, es decir interdependencias.

5.2. Clusters

Una forma de resumir la información del grafo es observar los grupos de países más cercanos, respecto a otro grupo. En este caso, la cercanía implica grupos de países que tienden a converger en una mayor proporción entre ellos respecto a otro grupo de países. Técnicamente, las herramientas matemáticas que se encargan de esto son algoritmos de agrupamiento de comunidades, en este caso el algoritmo de clusterización de Louvain y Fastgreedy community. Por ejemplo el algoritmo Louvain busca maximizar la modularidad del grafo, es decir encontrar particiones del grafo en las cuales la conectividad dentro de la comunidad sea mucho mayor que entre comunidades.

Sometiendo el grafo a estos clásicos algoritmos de clusterización se confirman resultados similares de otros trabajos (Papadimitriou et al. 2014). Emergen estructuras de clusterización de la red, entre 2 y 5 (ver gráfico 8) grupos según el período y el algoritmo. Lo cual aporta evidencia para la confirmación de la hipótesis del apartado 4.1.3.

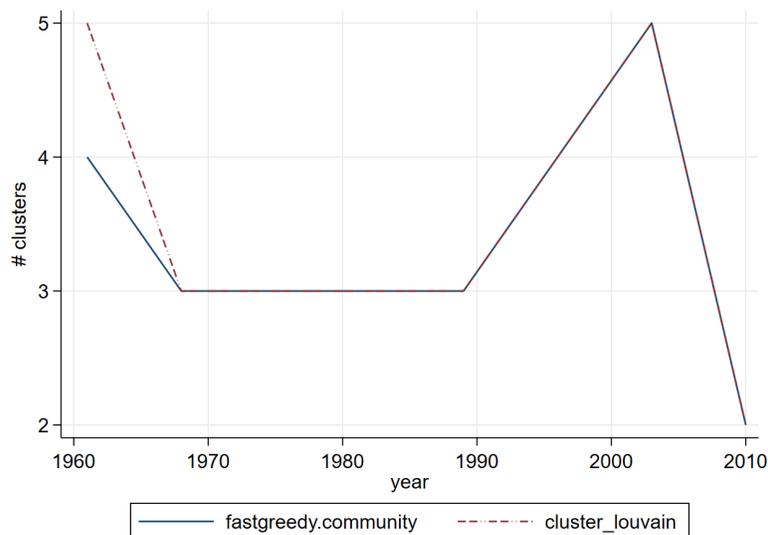
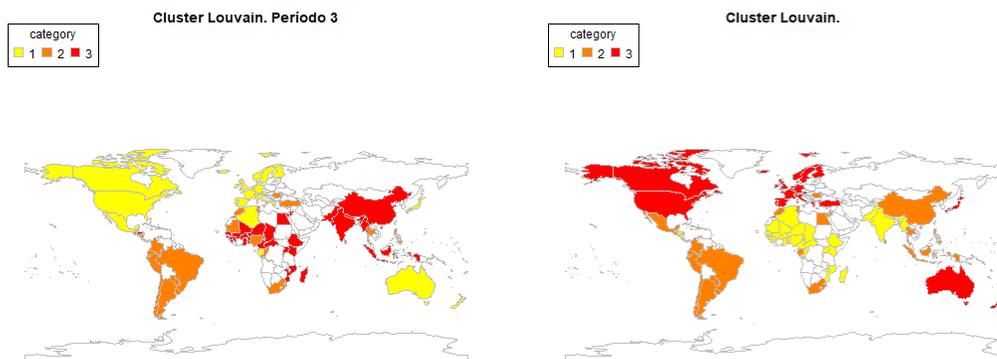


Figura 8: Number of clusters.

Una técnica visual interesante es observar dichos clusters en una georreferenciación. Eso es lo que se muestra en el gráfico 9. En el anexo se puede observar la información completa de la red de cada período pero a modo de resumen se expone una red que refleja los primeros períodos y otra red que resume la información de las redes período a período (esta es la suma de todas las redes que se detallan en las figuras del anexo A.5). Se evidencia un agrupamiento en tres grupos. Principalmente convergencia entre Europa, Estados Unidos, y los países de Oceanía y Argentina en América del Sur. Luego se puede ver la convergencia en países africanos asociados a un centro económico mundial como la India. Finalmente, un aspecto interesante es la convergencia de ingresos entre sudamerica y China lo cual podría estar indicando movimientos del eje América del Norte hacia Asia por parte de estos países. Esto también fue documentado en otros trabajos (Zhu et al. 2014), lo que puede estar evidenciando cierto proceso convergente de países que han tenido interacciones políticas como algunos integrantes de los BRICS. Sin embargo, hay otros trabajos que muestran proceso de divergencia al largo plazo por lo que la interpretación de esta segunda red se debe interpretar con cautela. Además si se observan los patrones de regularidad período a período (ver figuras A.5) el patrón no es claro, hay momentos en que China se acerca a Sudamerica pero hay períodos que se disocian. El único patrón claro consistente es la convergencia del norte céntrico constituido por Europa, América del Norte y sus satélites como Australia.



(a) Red "1971-1977".

(b) Red "total-1960-2019".

Figura 9: Clusters georreferenciados.

Este resultado pone en evidencia la emergencia de estructuras que trascienden al individuo, las diadas y tríadas. Aporta información imposible de ver en un análisis individual. En este sentido observar el número de países con los que converge un país no agrega información sustancial, ya que al hacer el ranking de convergencia de países existen una numerosa cantidad de estos con muchos (pocos) vínculos en todos los continentes y con diversos niveles de ingresos (ver tablas 3,4 y 5). Esto no permite observar un patrón claro de convergencia, poco tiene que ver niveles altos de convergencia de países africanos, junto con países europeos ricos. Por eso es conveniente pasar a niveles de análisis más estructurales, para observar patrones con mayor claridad.

Si asumimos que la red detalla grupos de convergencia se está reconociendo una sincronidad en la dinámica del PIB de los países del sistema. Esto es asumir que los clusters esconden una estructura subyacente similar que los sostiene (instituciones, capacidades, respuesta a shocks). Como ya se observó teóricamente más allá de los fundamentos subyacentes, estos países deberían tender a moverse sincrónicamente. Si bien esto no se desarrolla empírica ni teóricamente en este artículo se deja planteado esta idea de sincronidad entre países que se espera observar en trabajos futuros. Así el análisis permite explicar varias capaz escondidas de la convergencia y las interacciones entre países.

Para cualquiera de los grafos de convergencia propuestos, se confirma la hipótesis del apartado 4.1.1, lo cual es condición necesaria para desarrollar el argumento del artículo, si no existiesen un número elevado de díadas, no sería necesario ni viable, el abordaje desde la complejidad.

El coeficiente de transitividad (transitivity) mide la proporción de triángulos en la red, que muestra una probabilidad de ocurrencia mayor al 50 % en todos los tipos de grafos, lo que aporta evidencia para aceptar la hipótesis del apartado 4.1.2. Este resultado se volverá a probar de forma más robusta al especificar la familia de modelos ERGM.

Los resultados anteriores muestran un número elevado de vínculos en la red MVA, y la clustereización de países en clusters de por lo menos tres grupos, según el método y el tipo de red. Esto confirma la hipótesis del apartado 4.1.3.

5.3. Estimación de la probabilidad de convergencia usando el grafo MVA

A continuación, se estiman los modelos ERGM, explotando la presencia de la red de convergencia a lo largo del tiempo. Esto posibilita realizar estimaciones temporales, lo que permite controlar por shocks y testear la estabilidad de la red a lo largo del tiempo.

Los resultados muestran un efecto positivo y significativo a nivel de diadas, donde $d_{i,j}$ es 0.69 o 0.60 dependiendo de la cantidad de rezagos elegidos. Esto implica que la probabilidad de convergencia se incrementa un 65 % y 67 % en promedio condicional el resto del grafo. Luego, los resultados confirman la importancia de la inversión y la complejidad económica para aumentar la probabilidad de convergencia.

Un aspecto importante a observar es la baja probabilidad que aporta una diada adicional en la convergencia, dicho aporte a la probabilidad de un vínculo en la red es de 0.0001. Esta puntualización es interesante ya que muestra la diferencia que existe en la generación de vínculos al suponer un modelo ERGM el cual incorpora una serie de factores estructurales y de características de los individuos que hacen que la probabilidad de convergencia deje poco lugar a la aleatoriedad. Recordar que bajo un modelo Erdos-Renyi la probabilidad de convergencia era de 0.26, varios ordenes de magnitud de diferencia.

Los parámetros individuales que afectan al grafo determinan una relación negativa tanto en el ECI como en la inversión (*inv*). Esto implica que a mayor niveles de inversión y PIB (asociado al ECI) menor será la probabilidad de convergencia. Altos niveles de inversión y complejidad implican menor probabilidad de converger. Esto se explica por el hecho de que los países más exitosos en acumular capital y conocimiento incorporado se despegan del sistema, si bien nunca pueden hacerlo de forma indefinida debido a cierta ergodicidad del sistema.

Sin embargo, los efectos no son todos en un mismo sentido. La brecha en el margen del sector externo, determina un efecto contrario una mayor probabilidad de convergencia. Esto se aprecia en los países dependientes de commodities, ya que la dependencia de los precios internacionales es determinante en el margen, así como en el crecimiento (Bianchi et al., 2023). El margen actúa como un factor de convergencia probablemente en subgrupos de países que dependen de este factor para crecer.

Además de los controles habituales por individuo, y de la ya explicada d_{ij} (ecuación 6), conviene recordar que las variables $|eci_i(t-1) - eci_j(t-1)|$, $|margen_i(t-1) - margen_j(t-1)|$ e $|inv_i(t-1) - inv_j(t-1)|$, reflejan cómo el grafo de distancias entre individuos respecto a ECI, margen e inversión tiene repercusiones en explicar el grafo de convergencia. Lo cual se desprende del propio modelo ERGM, que explica la variable dependiente “grafo de convergencia” con covariables individuales y de otras redes explicativas.

Los parámetros asociados a las variables anteriores, cuando son positivos, indican que a una mayor distancia entre los valores de estas variables en dos países *i* y *j* se incrementa la probabilidad de convergencia. Llamativamente se constata un efecto negativo de la brecha de inversión y de la brecha de eci en la probabilidad de convergencia. Esto muestra un efecto en sentido contrario de

la brecha de ingresos.

Esto podría deberse a lo siguiente. Si se amplía la brecha entre inversiones en $t - 1$ entre países, eso aumenta la distancia entre ingresos en t . Notar que el efecto directo es que disminuye la probabilidad de convergencia. Esto implica un aumento de la brecha entre ingresos del país i y j , por lo que bajo términos clásicos si existen rendimientos marginales decrecientes en la acumulación de capital debería aumentar la probabilidad de convergencia en $t + 1$. Esto muestra la importancia de las redes, pero además de la dimensión temporal del sistema. Hay una retroalimentación constante entre países y tiempo, que determinan divergencias y convergencias a nivel de pares. Lo mismo ocurre con el eci el cual refleja la capacidad productiva en términos de bienes complejos (exportables) de cada país, por lo que, si se amplía la brecha productiva de bienes complejos, eso repercutirá en una ampliación de la brecha de ingresos.

El modelo temporal ERGM permite ver otras variables de dimensión estructural o sistémica (red completa) aún no mencionadas: *gwsdp*, *memorystability* y *timecov1*. Estas variables son importantes conceptualmente porque permiten controlar la dimensión sistémica del fenómeno. El razonamiento del párrafo anterior pone de relieve esta dimensión ya que el tiempo y las interdependencias más allá de las díadas parecen claves.

La relación entre brechas de inversión, brechas de ingreso y convergencia mencionadas son interesantes de cruzar con la variable *memory*. Esta es una clase de dependencia intertemporal diseñada para capturar el proceso temporal de la red completa. En estas especificaciones se controla por un término de "memory", el cual tiene en cuenta si tanto la presencia como la ausencia de convergencia se mantienen a lo largo del tiempo. Un coeficiente positivo, confirmaría la estabilidad de la red. Esto da cuenta de que el efecto de rendimientos marginales decrecientes parecería operar en el sistema, o se confirma la existencia de cierta estacionariedad del sistema. Es decir, hay patrones divergentes pero amortiguados por la propia dinámica de un sistema cerrado.

Respecto a la dimensión temporal (*timecov1*) la tendencia es significativa y negativa, lo que muestra una tendencia a disminuir la probabilidad de convergencia en términos de la red completa a medida que pasa el tiempo. Se recoge un resultado consistente con la literatura de la divergencia, en la cual muestra que existe una tendencia a aumentar la brecha en las últimas décadas. Es decir, que la probabilidad de convergencia tiende a disminuir con el paso del tiempo. Pero otra interpretación es que la dimensión temporal ya no es tan relevante para los procesos de convergencia sino que se debe pensar en cambios estructurales que cambien los procesos de acumulación o el path dependence del sistema.

Asimismo, se muestra que existen relaciones transitivas y de agrupamientos, donde países que convergen con terceros tenderán a aumentar su probabilidad de convergencia entre sí. Lo que confirma la hipótesis 4.1.2 de transitividad (no independencia) entre países.

Finalmente, se realizaron testeos de robustez (ver anexo A.7) comparando el método MVA con el BBK. En términos resumidos, de todas las estimaciones realizadas para el método BBK y MVA, que son significativas en la variable de interés, todas tienen una contribución a la probabilidad positiva y significativa en la distancia lo que confirma la hipótesis 4.2.

Efectos θ a nivel	(1)	(2)	(3)
país			
<i>eci</i> (t-1)	-0.08* [-0.07; -0.17]	-0.08* [-0.06; -0.18]	-0.07* [-0.05; -0.16]
<i>margen</i> (t-1)	0.05* [0.04; -0.15]	0.06* [0.07; -0.13]	0.04* [0.04; -0.15]
% inversión(t-1)	-0.08* [0.40; -0.46]	-0.04* [0.36; -0.52]	0.01* [0.37; -0.48]
<i>rgdpo_percap</i> (t-1)	0.40* [0.39; 0.23]	0.41* [0.40; 0.23]	0.39* [0.39; 0.21]
díadas			
$d_{i,j}(t-2)$	0.68* [0.81; 0.47]	0.67* [0.78; 0.50]	
$d_{i,j}(t-1)$			0.62* [0.72; 0.44]
$ eci_i(t-1) - eci_j(t-1) $	-0.25* [-0.24; -0.44]	-0.25* [-0.24; -0.48]	-0.21* [-0.21; -0.45]
$ margen_i(t-1) - margen_j(t-1) $	-0.07* [-0.03; -0.20]	-0.07* [-0.05; -0.25]	-0.04* [-0.02; -0.18]
$ inv(t-1) - inv(t-1) $	-0.09* [-0.23; -1.17]	-0.12* [-0.16; -1.21]	-0.22* [-0.21; -1.24]
estructurales			
<i>edges</i>	-9.16* [-10.22; -25.67]	-8.15* [-8.61; -11.06]	-8.99* [-10.00; -18.89]
<i>transitivities</i>	1.07* [1.68; 0.76]		1.08* [1.59; 0.67]
<i>triangle</i>	0.14* [0.16; 0.12]	0.13* [0.15; 0.12]	0.13* [0.15; 0.12]
<i>gwdsp</i>	-0.11* [-0.13; -0.17]	-0.12* [-0.13; -0.17]	-0.11* [-0.12; -0.17]
<i>memory("stability")</i>	0.16* [0.12; -0.06]	0.17* [0.15; 0.01]	0.27* [0.27; 0.09]
<i>timecov</i>	-0.26* [-0.20; -0.56]	-0.26* [-0.22; -0.70]	-0.24* [-0.19; -0.48]

* Null hypothesis value outside the confidence interval.

Cuadro 1: Salidas BTERGM

6. Conclusiones y agenda

El presente trabajo realiza un aporte novedoso: incorpora nuevos métodos al estudio de la convergencia económica entre ingresos de países a nivel mundial. Bajo el marco de la complejidad, se postula que la economía mundial es un sistema, el cual debe ser estudiado ya no como partes aisladas de un todo, sino se debe considerar la interdependencia entre los países.

Este enfoque tiene la ventaja de estudiar la convergencia a través de relaciones complejas, asumiendo que existe interdependencia entre los países estudiados. Así, se propone reconciliar el desarrollo conceptual del crecimiento y la convergencia con la forma de medición.

El trabajo propone una medida de convergencia entre países construyendo así una matriz de distancia (grafo). Se demuestran condiciones necesarias y suficientes bajo las cuales esta convergencia existe. Se desarrolla la proposición 1 que muestra como la consideración de países en un mundo complejo lleva a la ocurrencia de relaciones triádicas con una probabilidad alta antes de considerar los factores que hacen que la probabilidad de convergencia no sea igual para todos los países que cumplen los casos propuestos de la proposición. La contrastación empírica muestra el cumplimiento de lo que sugiere la proposición 1 pero con una probabilidad más. Esto muestra el cumplimiento de la teoría de la complejidad que postula un patrón a agrupamientos no aleatorios entre individuos.

El principal aporte del trabajo, es mostrar que las técnicas econométricas usadas para medir la probabilidad de convergencia son incompletas. La β convergencia si bien es habitualmente utilizada para captar la convergencia entre países, ciertamente mide la velocidad de convergencia del ingreso de un país con su propio estado estacionario. Por lo tanto, se debe cambiar el método para abordar la macroeconomía del crecimiento, incorporando técnicas econométricas consonantes con el objetivo de poder identificar adecuadamente dicha convergencia. De esta forma efectivamente se logra reconciliar la teoría con su medición, gracias a la teoría de grafo en general y los modelos ERGM en particular. Dichos modelos ofrecen una metodología acorde con la cosmovisión de la complejidad. Este método generaliza la medición de convergencia tradicional, ya que no solo capta efectos individuales, sino diádicos y estructurales.

Las estimaciones muestran que existe una probabilidad de convergencia positiva de convergencia entre países, pero el análisis de clusters permite concluir que los patrones de convergencia se dan en subgrupos específicos asociados a factores estructurales históricos y geográficos.

Asimismo, hay factores estructurales que determinan un aumento en la probabilidad de la convergencia, esto es haber convergido con otros países en el pasado. Por lo tanto, a pesar de existir la hipótesis de convergencia esta se ve mitigada por efectos estructurales, y de rezago en variables macroeconómicas claves.

Finalmente, mediante el modelo ERGM las estimaciones muestran consistentemente que se acepta la hipótesis de convergencia. Este resultado parece confirmar que el sistema económico mundial tendería a la generación de ingresos similares si no operaran políticas que perpetúan la desigualdad de ingresos entre el centro y la periferia del sistema. Esto se observa claramente en los efectos a nivel de décadas donde las diferencias en la inversión, en la complejidad y en la rentabilidad

del sector externo, juegan como factores claves para perpetuar las divergencias. Sin embargo, se muestra la dimensión endógena del proceso de acumulación y convergencia el cual no es atemporal sino que se determina secuencialmente en fases cíclicas de impulsos y frenos.

Todos estos factores subyacentes terminan conformando los tres grupos de países vistos en la sumatoria de las redes, uno del norte y Oceanía, otro intermedio donde África e India son países convergentes y finalmente Lationamerica y China determinan un cluster.

Los resultados dejan algunas conjeturas que podrían explorarse en desarrollos teóricos subsiguientes. Se evidencia un proceso de clusterización, derivado del proceso incompleto que puede suponer la globalización. A pesar de existir modificaciones tecnológicas e institucionales que disminuyen las distancias entre países estas no conllevan necesariamente a una convergencia de ingresos entre países. Si bien la proporción 1, la evidencia empírica y la literatura de redes lleva a suponer una tendencia del sistema a favor de la convergencia, este no es el caso. Se podría conjeturar que la panacea de un proceso intenso de globalización igualmente puede perpetuar los factores que no permiten la convergencia. Dicho de otra forma, se perpetúan las desigualdades entre regiones. Esto se explica en los puntos de partida, y las capacidades individuales de cada país para absorber el conocimiento generado interna y externamente, así como los factores productivos contenidos en las capacidades productivas y de conocimiento intrínsecos a cada país. Donde las capacidades y los recursos combinados relativos a sus pares son determinantes a la hora de disminuir las desigualdades de ingresos entre países.

La agenda pendiente, ya fue mencionada en parte en algunos pasajes del documento: incorporar interacciones para interpretar los parámetros a nivel de individuo. Además, explorar la generalización del modelo ERGM con variable dependiente continua y así no tener que tomar decisiones ad-hoc, como a la hora de aplicar el método back-bone extraction para identificar el grafo. Existe una limitante del método que es la configuración de la red, ¿existe "la red" de convergencia? O es necesariamente endógena al método de construcción. Este es una debilidad la cual implica nuevas investigaciones que busquen conformar un marco robusto para sustentar un método generalmente aceptado para captar "la red" del sistema.

Finalmente, una vez salvadas estas debilidades sería interesante revisar los trabajos empíricos sobre medidas de convergencia a la luz del método propuesto en este trabajo. Además en otras ramas de la ciencia de la complejidad ya se está pensando en que no solo se debe trascender las unidades de análisis a nivel de nodo, sino a nivel de diadas, tomando como unidad de análisis relaciones complejas de orden superior (Zhang et al. 2023). Por ejemplo, ¿tiene sentido estudiar a los países de la unión europea como unidades independientes? Estas discusiones son actuales y se deberán abordar en estudios futuros.

7. Referencias

Abreu, M., De Groot, H., & Florax, R. J. (2005). “A meta-analysis of β -convergence: The legendary 2 %.” *Journal of Economic Surveys*, 19(3), 389-420.

Acemoglu, D., & Molina, C. A. (2021). *Converging to Converge? A Comment* (No. w28992). National Bureau of Economic Research.

Acemoglu, D., Naidu, S., Restrepo, P., and Robinson, J. A. (2019). Democracy does cause growth. *Journal of political economy*, 127(1), 47-100.

Acemoglu, D., & Azar, P. D. (2020). Endogenous production networks. *Econometrica*, 88(1), 33-82.

Aghion, P., & Howitt, P. (1992). (1992). A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica*, 60(2), 3235.

Balland, P. A., Broekel, T., Diodato, D., Giuliani, E., Hausmann, R., O’Clery, N., & Rigby, D. (2022). The new paradigm of economic complexity. *Research Policy*, 51(3), 104450.

Barabási, Albert-László. (2013) “Network science.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 371.

Barro, Robert J. 1991. “Economic Growth in a Cross-section of Countries”. *Quarterly Journal of Economics* 106 (2), 407–43.

Barro, Robert J., & Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy* 100 (2), 223–51.

Barro, R. J. & Sala-i-Martin, X. (2018). *Crecimiento económico*. Reverté.

Bailey, M., Gupta, A., Hillenbrand, S., Kuchler, T., Richmond, R., & Stroebel, J. (2021). International trade and social connectedness. *Journal of International Economics*, 129, 103418.

Baselgia, E., & Foellmi, R. (2022). Inequality and growth: a review on a great open debate in economics. *WIDER Working Paper Series*, (wp-2022-5).

Baumol, W. J. (1986). Productivity growth, convergence, and welfare: what the long-run data show. *The American Economic Review*, 1072-1085.

Becker, G. (1976), *The Economic Approach to Human Behavior*, Chicago: University of Chicago Press.

Bernard, Andrew, & Steven N. Durlauf. 1996. Interpreting Tests of the Convergence Hypothesis. *Journal of Econometrics*, 71 (1–2): 161–73

Bernard, A. B., & Moxnes, A. (2018). Networks and trade. *Annual Review of Economics*, 10, 65-85.

Beylunioglu, F. C., Stengos, T., y Yazgan, M. E. (2017). “Detecting capital market convergence clubs”. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 21(3).

Bianchi, C., Isabella, F., & Picasso, S. (2021). La restricción de balanza de Pagos en países especializados en commodities: repensando el modelo de Thirlwall a la luz del último súper boom de precios. *Serie Documentos de Trabajo de Iecon*; 07/21.

Bloom, N., Jones, C. I., Van Reenen, J., & Webb, M. (2020). Are ideas getting harder to find?. *American Economic Review*, 110(4), 1104-44.

Breen, P. G., Foley, C. N., Boekholt, T., & Zwart, S. P. (2020). Newton versus the machine: solving the chaotic three-body problem using deep neural networks. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 494(2), 2465-2470.

Bruns, S. B., & Ioannidis, J. P. (2020). Determinants of economic growth: Different time different answer?. *Journal of Macroeconomics*, 63, 103185.

Buera, F. J., & Oberfield, E. (2020). The global diffusion of ideas. *Econometrica*, 88(1), 83-114.

Carvalho, V. M., & Tahbaz-Salehi, A. (2019). Production networks: A primer. *Annual Review of Economics*, 11, 635-663.

Cincotti, S., Raberto, M., & Teglio, A. (2022). Why do we need agent-based macroeconomics?. *Review of Evolutionary Political Economy*, 3(1), 5-29.

Cavalcanti, T. V., & Giannitsarou, C. (2017). Growth and human capital: a network approach. *The Economic Journal*, 127(603), 1279-1317. Chaney, T. (2016). Networks in international trade. *The Oxford handbook of the economics of networks*.

Corrado, L., & Weeks, M. (2011). Tests for Convergence Clubs. <https://doi.org/10.17863/CAM.994>.

D. De la Croix (2015). Economic Growth. Technical report. URL: <https://perso.uclouvain.be/david.delacroix/po-growth-web.pdf>.

De Long, J. Bradford. 1988. Productivity Growth, Convergence, and Welfare: Comment. *American Economic Review*, 78 (5), 1138–54.

Desmarais, B. A., & Cranmer, S. J. (2012). Statistical inference for valued-edge networks: The generalized exponential random graph model. *PloS one*, 7(1), e30136.

Destrée, N., Gente, K., & Nourry, C. (2021). Migration, remittances and accumulation of human capital with endogenous debt constraints. *Mathematical Social Sciences*, 112, 38-60.

Dos Santos, M. & Taugourdeau, E. (2021). Social network, unemployment and sector trap: A theoretical model explaining the case study of Portuguese immigrants in the French labor market. *Mathematical Social Sciences*, 112, 61-71.

Dowrick, S. (1992). Technological catch up and diverging incomes: patterns of economic growth 1960-88. *The Economic Journal*, 102(412), 600-610.

Durlauf, Steven N. 1993. Nonergodic Economic Growth. *Review of Economic Studies* 60 (2): 349–66. Dutt, A. (2002). “Thirlwall’s Law and Uneven Development”. *Journal of Post Keynesian Economics*. 24(3), 367-390.

Fagiolo, G. (2016). “The empirics of macroeconomic networks: a critical review”. *Complex Networks and Dynamics*, 173-193. Fagerberg, J., and Srholec, M. (2017). Capabilities, economic development, sustainability. *Cambridge Journal of Economics*, 41(3), 905-926.

Feenstra, R. Inklaar, R. & Timmer, M. (2015). “The next generation of the Penn World Table”, *American Economic Review*, 105(10), 3150-3182, disponible para descargar en www.ggdc.net/pwt.

Frankel, J. A., & Romer, D. (1999). Does trade cause growth?. *American economic review*, 89(3), 379-399.

Galor, O. (2011). *Unified growth theory*. Princeton University Press.

García-Algarra, J., Gómez-Bengoechea, G., & Mouronte-López, M. L. (2023). Convergence

- Speed and Growth Patterns: A Dynamical Systems Approach. *Computational Economics*, 1-22.
- Gordon, Robert J. 2016. *The Rise and Fall of American Growth: The US Standard of Living since the Civil War*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Goodreau, S. M., Kitts, J. A., & Morris, M. (2009). Birds of a feather, or friend of a friend? Using exponential random graph models to investigate adolescent social networks. *Demography*, 46, 103-125.
- Hausmann, R., & Hidalgo, C. A. (2011). The network structure of economic output. *Journal of Economic Growth*, 16(4), 309-342.
- Hausmann, R., Hidalgo, C. A., Bustos, S., Coscia, M., & Simoes, A. (2014). *The atlas of economic complexity: Mapping paths to prosperity*. Mit Press.
- Hidalgo, C.A (2021). “Economic complexity theory and applications”. *Nature Reviews Physics*, 3 (2), 92-113.
- Hobijn, B., & Franses, P. H. (2000). Asymptotically perfect and relative convergence of productivity. *Journal of Applied econometrics*, 15(1), 59-81.
- Hopenhayn, H., Neira, J., & Singhanian, R. (2018). From population growth to firm demographics: Implications for concentration, entrepreneurship and the labor share (No. w25382). National Bureau of Economic Research.
- Jang, Y., & Yang, J. S. (2022). The dynamics of the EU’s nuclear trade network: An ERGM analysis. *Structural Change and Economic Dynamics*, 63, 470-477.
- Johnson, P., & Papageorgiou, C. (2020). “What remains of cross-country convergence?”. *Journal of Economic Literature*, 58(1), 129-75.
- Kalofolias, V. (2016, May). How to learn a graph from smooth signals. In *Artificial Intelligence and Statistics* (pp. 920-929). PMLR.
- Kremer, M., Willis, J., & You, Y. (2021). Converging to convergence. National Bureau of Economic Research. (No. w29484)
- Kongsamut, P., Rebelo, S., and Xie, D. (2001). Beyond Balanced Growth. *Review of Economic Studies*, 68:869–882.
- Leifeld, P., Cranmer, S. J., & Desmarais, B. A. (2018). Temporal exponential random graph models with btergm: Estimation and bootstrap confidence intervals. *Journal of Statistical Software*, 83, 1-36.
- Maasoumi, E., Racine, J., & Stengos, T. (2007). Growth and convergence: A profile of distribution dynamics and mobility. *Journal of Econometrics*, 136(2), 483-508.
- Matheson, T. D., & Oxley, L. (2007). Convergence in productivity across industries: Some results for New Zealand and Australia. *International Review of Applied Economics*, 21(1), 55-73.
- Pesaran, M. H. (2007). A pair-wise approach to testing for output and growth convergence. *Journal of econometrics*, 138(1), 312-355.
- Peters, M., & Walsh, C. (2020). Population growth and firm dynamics. In *Working Paper*.
- Phillips, P. C. & Sul, D. (2007b). Transition Modeling and Econometric Convergence Tests. *Econometrica* 75 (6): 1771–855.

Robins, G., Pattison, P., Kalish, Y., & Lusher, D. (2007). An introduction to exponential random graph (p^*) models for social networks. *Social networks*, 29(2), 173-191.

Rodrik, D. (2011). The future of economic convergence. National Bureau of Economic Research. (No. w17400).

Rodrik, D. (2013). Unconditional convergence in manufacturing. *The quarterly journal of economics*, 128(1), 165-204.

Schrama, R. (2019). Swift, brokered and broad-based information exchange: how network structure facilitates stakeholders monitoring EU policy implementation. *Journal of Public Policy*, 39 (4), 565–585. <https://doi.org/10.1017/S0143814X1800017X>

Solow, R. M. (1956). “A contribution to the theory of economic growth”. *The quarterly journal of economics*, 70(1), 65-94.

Van der Pol, J. (2019). “Introduction to network modeling using exponential random graph models (ergm): theory and an application using R-project”. *Computational Economics*, 54(3), 845-875.

Ye, L., & Robertson, P. E. (2016). On the existence of a middle-income trap. *Economic Record*, 92(297), 173–189

Zacchia, P. (2020). Knowledge spillovers through networks of scientists. *The Review of Economic Studies*, 87(4), 1989-2018.

Zhang, W. B. (2014). “Endogenous population with human and physical capital accumulation”. *International Review of Economics*, 61(3), 231-252.

Zhang, Y., Lucas, M., & Battiston, F. (2023). Higher-order interactions shape collective dynamics differently in hypergraphs and simplicial complexes. *Nature Communications*, 14(1), 1605.

Zhu, Z., Cerina, F., Chessa, A., Caldarelli, G., & Riccaboni, M. (2014). The rise of China in the international trade network: a community core detection approach. *PloS one*, 9(8), e105496.

A. Anexo

A.1. Una segunda opción de construcción del grafo: el método Backbone-Kalofolias (BBK)

Además de construir el grafo mediante la medida de distancia, se utilizará una metodología novedosa que se denominará *Back-Bone-Kalofolias*, ya que se compone de dos metodologías desarrolladas recientemente. Kalofolias (2016) ofrece un método de optimización para crear un grafo a partir de atributos o características de cada nodo (país en este caso) y complementada con el método Back-Bone (BB) extraction (Neal, 2020). En este caso la serie de ingresos per cápita de los países. Luego de obtener el grafo por el método Kalofolias, se pasa la red por el tamiz del método BB para identificar la estructura relevante de la red.

El método Kalofolias permite construir un grafo a partir de la serie del PIB de cada país. Para lograr este objetivo, en primer lugar, se crea una matriz de conexiones a partir de la similaridad de

la serie de los PIB, bajo el supuesto de que ante una mayor similitud entre los atributos (señales también denominadas) de dos nodos, mayor será la probabilidad de que exista un vínculo entre ellos. De esta forma, se procede a realizar una optimización de la matriz de la serie de PIB que tenga un mejor ajuste (ver anexo para más detalle).

El método BB identifica y preserva solo los vínculos más importantes de la red, su columna vertebral, generando una red troncal, de mejor comprensión. Lo que se hace es comparar el peso de un enlace en la red (similitud de vectores de PIB) respecto al peso del enlace bajo un modelo aleatorio, si la diferencia es significativa se mantiene el enlace.

Además, el método BB es necesario ya que el método Kalofolias puro no permite utilizar el método ERGM que se propone como técnica de estimación ya que los valores de la matriz obtenida en kalofolias toma valores en un continuo. Por este motivo, al aplicar el método de Back-bone extraction, se realiza una transformación de una red con pesos a una red dicotómica (hay vínculo vs no lo hay). Se recupera un grafo no ponderado que será la red (variable dependiente) para las estimaciones de convergencia.

Vale mencionar que esta segunda metodología por su construcción incorpora los PIB per cápita a lo largo del tiempo pierde la dimensión temporal del análisis. Por este motivo a fin de poder comparar ambos métodos es que se utiliza la metodología MVA sin dimensión temporal, es decir una red que observa la convergencia en una ventana temporal entre 1966 y 2019. Así se posibilita comparabilidad entre ambos métodos.

MVA es simple en su construcción, lo cual lo hace de fácil interpretación, pero tiene la limitante de que no utiliza medidas de inferencia para identificar los grafos. En contraposición el Backbone-Kalofolias tiene la ventaja de construir el grafo mediante un método estadístico para identificar los enlaces, lo que le da solidez estadística. Pero, tiene la limitante de que permite identificar tantos grafos como valores de parámetros se elijan para identificar el grafo óptimo, esto hace que la elección de cual es el grafo "adecuado" sea difícil de discernir. Por esa razón, se escoge por utilizar ambos enfoques para darle un sentido de robustez o de sensibilidad de los resultados según el grafo construido.

A.1.1. MVA vs BBK

Otra forma de observar convergencia es a través de una red única. Así se pierde en variabilidad de casos y temporalidad en la evolución del grafo, pero se gana en conceptualidad en el entendido de que la convergencia es habitualmente entendida como un concepto de más largo plazo. Así, se construye un único grafo mediante el método MVA. El grafo G se construye con la misma desigualdad (3) pero tomando solamente el PIB per capita inicial de cada país (promedio de 1950-1970) y el final (promedio de 2000-2019). Aprovechando el gráfico único que considera todo el período se utiliza un grafo complementario (método BBK) para darle comparabilidad a los resultados obtenidos por el método MVA.

Para el método BBK se utiliza la serie de PIB de cada uno de los países de la muestra. De esta manera se obtiene un único grafo el cual tiene la siguiente estructura (ver figura 10). El parámetro

γ (ver anexo) penaliza los pesos de mayor tamaño, de forma de controlar dispersión del grafo. Cuanto mayor sea el parámetro γ menos denso será el grafo. Por lo que el procedimiento fue iterar diferentes valores de γ para obtener diferentes posibles grafos de convergencia. Como se observa en el gráfico 10, un menor valor de γ hace la red más conexas. Debido a la novedad del método Kalofolias en general, y en particular a la aplicación a la economía, no hay referencias para asignar un valor de γ puntual. Esto es una gran limitante del método. Por este motivo, es que se elige tener varias representaciones del grafo de convergencia, para luego someterlo al modelo ERGM y la prueba de probabilidad de convergencia.

Una vez obtenida la matriz de convergencia mediante el método Kalofolias, se la aplicó un modelo probabilístico para detectar aquellos vínculos con mayor probabilidad de ocurrencia. Este método además de presentar una buena bondad de ajuste para la ocurrencia de vínculos permitió obtener una matriz depurada de ceros y unos, condición necesaria para aplicar el método ERGM. Ahora si se tiene el grafo final para utilizar como variable del modelo ERGM.

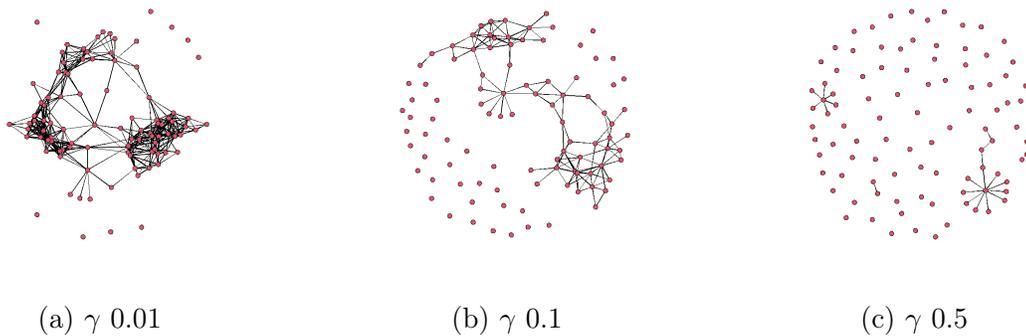


Figura 10: Grafo de convergencia por método BBK según parámetro γ del modelo kalofolias

El nuevo grafo único, por el método del valor absoluto (MVA), tiene un objeto conceptual, de forma de observar una convergencia promedio de largo plazo en todo el período pero también metodológica, de forma de compararla con la estructura de la red mediante el método BBK y poder inferir si hay diferencias mediante el método de construcción del grafo utilizado.

La construcción por el método MVA, genera una red completamente conectada, lo cual se observa en que hay un solo componente en la red, el 100% de los nodos están en el componente principal. Esto implica que todos los países convergieron con al menos un país, siendo la cantidad de países con los que converge un país tipo o en promedio de 6.28. Estos indicadores contrastan con el método BBK donde existen casos de países que no convergen con ningún otro, es decir que hay más de un componente en la red y un porcentaje de nodos aislados mayor a cero.

El método MVA, determina un grafo más denso (edge density), 0.13 contra valores entre 0.04 y 0.096 para BBK. A pesar de las heterogeneidades de los grafos de convergencia construidos se observan regularidades: un conjunto de clusters mayores a la unidad, un número elevado de conexiones (díadas) y de relaciones transitivas (% de triángulos en relación a las tríadas existentes) 49% en MVA versus 57% y 45% en las redes más densas del método BBK.

Indicador	BBK			MVA
	0.01	0.1	0.5	
países	97	97	97	100
links promedio	4.588	1.402	0.206	6.28
% países en mayor componente	91 %	63 %	14 %	100 %
% países en segundo mayor comp	1 %	1 %	7 %	NA
edge density	0.096	0.029	0.004	0.126
% aislados	9 %	37 %	76 %	0
triangles	2970	321	0	4632
% triangles	0 %	0 %	0 %	31.2 %
transitivity	57 %	45 %	0 %	49 %
centrality	0.12	0.09	0.10	0.29
eigen centrality	13.5	6.8	3.2	17.6
mean distance	3.2	5.2	2.3	3.4
cluster edge betweenness	15	42	78	3
fastgreedy.community	12	41	78	3
cluster louvain	14	41	78	4

Cuadro 2: Estructura de la red única, según método.

A.2. Proposición 1

Demostración. Para demostrar si existe convergencia se deben probar todas las combinaciones posibles de casos de convergencia que se desprenden de 5. Es decir las C_2^4 más los casos repetidos. Ver anexo.

1. A converge con B y con C, según caso A (ver fig 1a) Caso 1:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y^A - y^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < y^A - y^C < y_{t-1}^A - y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow 2y_t^A - y_t^B - y_t^C < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C \quad (11)$$

$+y_t^B$:

$$y^B - y^C < +y_t^B + y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B + -y_{t-1}^C \quad (12)$$

$+y_t - 1^B$:

$$y_t^B - y_t^C + y_{t-1}^B < +y_{t-1}^B + y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B + -y_{t-1}^C \quad (13)$$

Entonces:

$$y_t^B - y_t^C + y_{t-1}^B + y_{t-1}^B < +y_{t-1}^B + 2y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B + -y_{t-1}^C + y_{t-1}^B \quad (14)$$

agrupando:

$$y_{t-1}^B + y_{t-1}^B < +y_{t-1}^B + 2y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B + -y_{t-1}^C + y_{t-1}^B - (y_t^B - y_t^C) \quad (15)$$

$$y_{t-1}^B + y_{t-1}^B < y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B + (y_{t-1}^B - y_{t-1}^C) + y_{t-1}^B - (y_t^B - y_t^C) \quad (16)$$

$$2y_{t-1}^B - (2y_t^B - 2y_t^A + 2y_{t-1}^A) < (y_{t-1}^B - y_{t-1}^C) - (y_t^B - y_t^C) \quad (17)$$

Reordeno:

$$2[(y_{t-1}^B - y_t^B + y_t^A - y_{t-1}^A)] < (y_{t-1}^B - y_{t-1}^C) - (y_t^B - y_t^C) \quad (18)$$

Reordeno:

$$2 \left[\underbrace{(-y_t^B + y_t^A)}_{>0} + \underbrace{(y_{t-1}^B - y_{t-1}^A)}_{>0} \right] < (y_{t-1}^B - y_{t-1}^C) - (y_t^B - y_t^C) \quad (19)$$

Esto demuestra que bajo el caso 1 siempre hay convergencia.

2. **A converge con B según caso A (ver fig 1a). A converge con C según caso B (ver fig 1b) Caso 2:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y^A - y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < -y^A + y^C < y_{t-1}^A - y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow y_t^C - y_t^B < 2 \cdot y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C \quad (20)$$

Sumo y resto y_{t-1}^B :

$$\Rightarrow y_t^C - y_t^B < 2 \cdot y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C + y_{t-1}^B - y_{t-1}^B \quad (21)$$

Reordeno de tal forma de que aparezca la definición de convergencia entre B y C y observo si se cumple una de las condiciones de convergencia:

$$\Rightarrow (y_t^C - y_t^B) - (-y_{t-1}^C + y_{t-1}^B) < 2 \cdot \underbrace{(y_{t-1}^A - y_{t-1}^B)}_{>0 \text{ por definicin}} \quad (22)$$

$$-2. \underbrace{(y_{t-1}^A - y_{t-1}^B)}_{>0 \text{ por definicin}} < (-y_{t-1}^C + y_{t-1}^B) - (y_t^C - y_t^B) \quad (23)$$

En este caso puede existir o no convergencia. El postulado general de este caso se resume a:

$$\text{Si } \left. \begin{array}{l} y_{t-1}^A > y_{t-1}^B \\ y_{t-1}^A > y_{t-1}^C \\ y_t^B < y_t^A < y_t^C \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay convergencia necesariamente} \quad (24)$$

Por lo que se puede concluir que

$$\text{Si } \left. \begin{array}{l} y_{t-1}^A > y_{t-1}^B \\ y_{t-1}^A > y_{t-1}^C \\ y_t^B < y_t^A < y_t^C \\ y_{t-1}^C > y_{t-1}^B \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay convergencia} \quad (25)$$

3. **A converge con B según caso A (ver fig 1a). A converge con C según caso C (ver fig 1c) Caso 3:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y_t^A - y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < y_t^A - y_t^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C < -y_{t-1}^B + y_{t-1}^C \quad (26)$$

Sumo y resto y_t^C

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C < -y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + y_t^C - y_t^C \quad (27)$$

Entonces reagrupando:

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C < -y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + y_t^C - y_t^C \quad (28)$$

$$\Rightarrow 2. \underbrace{(y_t^A - y_t^C)}_{>0 \text{ por definicin}} < (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - (y_t^C - y_t^B) \quad (29)$$

Esto asegura que bajo el caso 3, hay convergencia.

4. **A converge con B según caso A (ver fig 1a). A converge con C según caso D (ver fig 1d) Caso 4:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y_t^A - y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < -y_t^A + y_t^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow y_t^C - y_t^B < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B \quad (30)$$

Por definición hay convergencia. Es decir que si:

$$\left. \begin{array}{l} y_t^B < y_t^A < y_t^C \\ y_{t-1}^B < y_{t-1}^A < y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Convergencia} \quad (31)$$

5. **A converge con B según caso B (ver fig 1b). A converge con C según caso B (ver fig 1b) Caso 5:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < -y_t^A + y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < -y_t^A + y_t^C < y_{t-1}^A - y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow -2 \cdot y_t^A + y_t^B + y_t^C < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C \quad (32)$$

Sumo y resto y_t^B y $+y_{t-1}^C$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + y_t^B + y_t^C < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C + y_t^B - y_t^B + y_{t-1}^C - y_{t-1}^C \quad (33)$$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + y_t^B < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^B - y_{t-1}^C - (y_t^C - y_t^B) - y_t^B + y_{t-1}^B - y_{t-1}^B \quad (34)$$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + y_t^B < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^C - (y_t^C - y_t^B) - y_t^B + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - y_{t-1}^C \quad (35)$$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + 2y_t^B < 2y_{t-1}^A - y_{t-1}^C - (y_t^C - y_t^B) + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - y_{t-1}^C \quad (36)$$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + 2y_t^B < 2y_{t-1}^A - 2y_{t-1}^C - (y_t^C - y_t^B) + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (37)$$

$$\Rightarrow -2 \cdot y_t^A + 2y_t^B - 2y_{t-1}^A + 2y_{t-1}^C < -(y_t^C - y_t^B) + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (38)$$

$$\Rightarrow 2(-y_t^A + y_t^B) + 2(y_{t-1}^C - y_{t-1}^A) < -(y_t^C - y_t^B) + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (39)$$

Hay convergencia por supuestos del caso.

6. **A converge con B según caso B (ver fig 1b). A converge con C según caso C (ver fig 1c) Caso 6:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < -y_t^A + y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < y_t^A - y_t^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow y_t^B - y_t^C < -y_{t-1}^B + y_{t-1}^C \quad (40)$$

7. **A converge con B según caso B (ver fig 1b). A converge con C según caso D (ver**

fig 1c) Caso 7:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < -y_t^A + y_t^B < y_{t-1}^A - y_{t-1}^B \\ 0 < -y_t^A + y_t^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow -2.y_t^A + y_t^B + y_t^C < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B \quad (41)$$

$$\Rightarrow -2.y_t^A + y_t^B + y_t^C - y_t^B + y_t^B < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B \quad (42)$$

$$\Rightarrow -2.y_t^A + y_t^B + y_t^C - y_t^B + y_t^B < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B \quad (43)$$

$$\Rightarrow -2.y_t^A + 2y_t^B < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B - (y_t^C - y_t^B) \quad (44)$$

$$\Rightarrow 2.(-y_t^A + y_t^B) < y_{t-1}^C - y_{t-1}^B - (y_t^C - y_t^B) \quad (45)$$

Como $(-y_t^A + y_t^B)$ es positivo, entonces hay convergencia.

8. **A converge con B según caso C (ver fig 1c). A converge con C según caso C (ver fig 1c) Caso 8:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y_t^A - y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B \\ 0 < y_t^A - y_t^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \quad (46)$$

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C \quad (47)$$

Sumo y resto y_t^B :

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C + y_t^B - y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C \quad (48)$$

Sumo y resto y_{t-1}^B :

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C + y_t^B - y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + y_{t-1}^B - y_{t-1}^B \quad (49)$$

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^C + y_t^B - y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (50)$$

$$\Rightarrow 2.y_t^A - y_t^B - y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - (-y_t^C + y_t^B) \quad (51)$$

$$\Rightarrow 2.y_t^A - 2.y_t^B + 2y_{t-1}^A - 2y_{t-1}^B < +(y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - (-y_t^C + y_t^B) \quad (52)$$

$$\Rightarrow 2.\underbrace{(y_t^A - .y_t^B + y_{t-1}^A - y_{t-1}^B)}_{<0 \text{ por definicin}} < (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - (-y_t^C + y_t^B) \quad (53)$$

Por la ecuación 61, como $y_t^A - .y_t^B + y_{t-1}^A - y_{t-1}^B$ es negativo, nada asegura que $(y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) - (-y_t^C + y_t^B)$ sea positivo. Por lo que nada asegura que haya convergencia.

9. **A converge con B según caso C (ver fig 1c). A converge con C según caso D (ver fig 1d) Caso 9:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < y_t^A - y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B \\ 0 < -y^A + y^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \quad (54)$$

$$\Rightarrow y_t^C - y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C - y_{t-1}^C + y_{t-1}^C \quad (55)$$

$$\Rightarrow y_t^C - y_t^B < -2y_{t-1}^A + 2.y_{t-1}^C + (-y_{t-1}^C + y_{t-1}^B) \quad (56)$$

$$\Rightarrow 0 < -2y_{t-1}^A + 2.y_{t-1}^C + (-y_{t-1}^C + y_{t-1}^B) - (y_t^C - y_t^B) \quad (57)$$

$$\Rightarrow -2.(-y_{t-1}^A + .y_{t-1}^C) < (-y_{t-1}^C + y_{t-1}^B) - (y_t^C - y_t^B) \quad (58)$$

En este caso puede existir o no convergencia. El postulado general de este caso se resume a:

$$Si \left. \begin{array}{l} y_{t-1}^A < y_{t-1}^B \\ y_{t-1}^A < y_{t-1}^C \\ y_t^B < y_t^A < y_t^C \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay convergencia necesariamente} \quad (59)$$

Además como $y_t^B < y_t^C$ se puede afirmar que:

$$Si \left. \begin{array}{l} y_{t-1}^A < y_{t-1}^B \\ y_{t-1}^A < y_{t-1}^C \\ y_t^B < y_t^A < y_t^C \\ y_{t-1}^B < y_{t-1}^C \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay convergencia} \quad (60)$$

10. **A converge con B según caso D (ver fig 1d). A converge con C según caso D (ver fig 1d) Caso 10:**

$$\left. \begin{array}{l} 0 < -y_t^A + y_t^B < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^B \\ 0 < -y^A + y^C < -y_{t-1}^A + y_{t-1}^C \end{array} \right\} \quad (61)$$

$$\Rightarrow -2y_t^A + y_t^C + y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C \quad (62)$$

Sumo y resto y_{t-1}^B y y_t^B

$$\Rightarrow -2y_t^A + y_t^C + y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + y_{t-1}^C + y_{t-1}^B - y_{t-1}^B + y_t^B - y_t^B \quad (63)$$

$$\Rightarrow -2y_t^A + (y_t^C - y_t^B) + y_t^B < -2y_{t-1}^A + y_{t-1}^B + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) + y_{t-1}^B - y_t^B \quad (64)$$

Reordenando

$$\Rightarrow -2y_t^A + (y_t^C - y_t^B) + 2y_t^B < -2y_{t-1}^A + 2y_{t-1}^B + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (65)$$

$$\Rightarrow 2(-y_t^A + y_t^B) + (y_t^C - y_t^B) < 2(-y_{t-1}^A + y_{t-1}^B) + (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (66)$$

$$\Rightarrow 2[-y_t^A + y_t^B - (-y_{t-1}^A + y_{t-1}^B)] < (y_t^C - y_t^B) - (y_{t-1}^C - y_{t-1}^B) \quad (67)$$

En este caso puede existir o no convergencia. El postulado general de este caso se resume a:

$$Si \left. \begin{array}{l} y_{t-1}^A < y_{t-1}^B \\ y_{t-1}^A < y_{t-1}^C \\ y_t^A < y_t^B \\ y_t^A < y_t^C \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hay convergencia necesariamente} \quad (68)$$

De las diez configuraciones posibles en seis de ellas se obtiene una convergencia segura, en otras puede haber convergencia o divergencia. Por lo tanto se concluye que en por lo menos $\frac{6}{10}$ de los casos hay convergencia \square

A.3. BBK method

Kalofolias (2016):

$$\min_{\mathbf{L}, \mathbf{Y}} \left\{ \|\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \alpha \text{trace}(\mathbf{Y}^\top \mathbf{L} \mathbf{Y}) + \frac{\gamma}{2} \|\mathbf{L}\|_F^2 \right\} \quad (69)$$

sa. $\text{trace}(\mathbf{L}) = N, \mathbf{L}\mathbf{1} = \mathbf{0}, L_{ij} = L_{ji} \leq 0, i \neq j$

A.4. Centrality

Cuadro 3: Top and bottom 10 centrality

Periodo 2		Periodo 3		Periodo 4	
Country	cent	Country	cent	Country	cent
Algeria	70	Ghana	10	Barbados	20
Ghana	54	Jordan	8	Iran	57
Guinea	53	Guinea	17	Nicaragua	14
Dominican Republic	50	Chile	22	Venezuela	21
Uruguay	49	D.R. of the Congo	13	Jamaica	61
Malta	46	Senegal	18	Mauritania	22
Senegal	44	Republic of Korea	49	New Zealand	43
D.R. of the Congo	41	Singapore	20	Ghana	13
Niger	35	Sri Lanka	38	Syrian	28
Thailand	34	New Zealand	13	Sri Lanka	71
Mali	7	Mexico	28	Gabon	21
Australia	6	Canada	6	United Kingdom	17
Trinidad and Tobago	6	Côte d'Ivoire	23	Austria	17
Iceland	5	Venezuela	16	Portugal	19
Netherlands	4	Ireland	15	France	19
Sweden	4	France	17	Greece	14
Denmark	3	Netherlands	14	United States	27
Canada	1	Cyprus	15	Canada	10
Switzerland	1	Turkey	16	Norway	13
United States	1	Iceland	8	Iceland	15

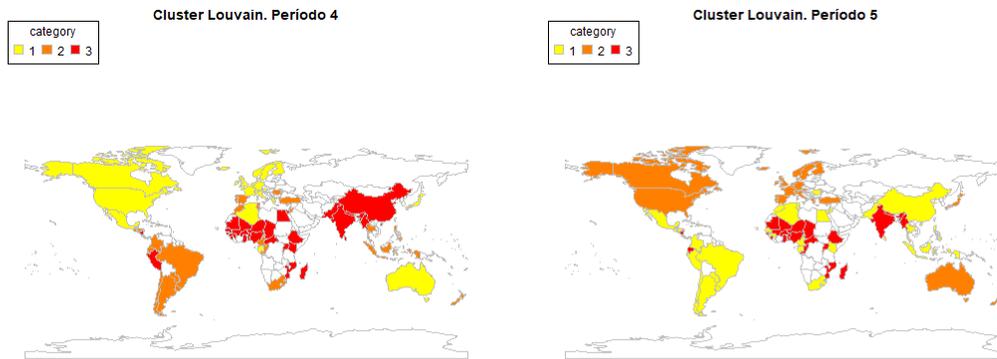
Cuadro 4: Top and bottom 10 centrality

Periodo 5		Periodo 6		Periodo 7	
Country	cent	Country	cent	Country	cent
Trinidad and Tobago	69	Trinidad and Tobago	65	Uruguay	12
Gabon	69	Algeria	55	Colombia	18
Venezuela	78	South Africa	68	Nigeria	16
Algeria	36	Venezuela	23	Morocco	37
Mexico	46	Iceland	24	Syrian	21
South Africa	62	Ecuador	56	Fiji	15
Ecuador	37	Gabon	24	Philippines	18
Nicaragua	70	Comoros	46	Indonesia	11
Iran	34	Nicaragua	23	Equatorial Guinea	31
Congo	10	Jordan	17	El Salvador	6
Spain	13	Uruguay	23	Mexico	11
Finland	22	Turkey	12	Ireland	7
Israel	11	Nigeria	16	Cyprus	10
Greece	14	Italy	15	France	9
Ireland	7	Austria	24	Portugal	10
Sweden	11	Malta	10	Belgium	14
Canada	5	Germany	24	Netherlands	21
Iceland	3	Japan	15	Barbados	9
Switzerland	11	Norway	11	Hong Kong	9
United States	9	Hong Kong	21	Norway	8

Cuadro 5: Top and bottom 10 centrality

Periodo 8		Periodo 9		suma redes 1 a 9	
Country	cent	Country	cent	Country	cent
Israel	17	Norway	59	Algeria	423
Barbados	35	Hong Kong	51	Venezuela	408
Japan	25	Finland	72	Trinidad and Tobago	397
Mauritius	25	Equatorial Guinea	75	Equatorial Guinea	372
Venezuela	27	Trinidad and Tobago	62	Iran	368
United Kingdom	20	Cyprus	58	South Africa	364
United States	9	Greece	27	Ghana	362
Italy	21	Japan	64	Gabon	360
Jordan	21	Italy	26	Guinea	355
Romania	69	Gabon	60	Barbados	354
Honduras	1	Mozambique	3	Singapore	218
Denmark	6	Sweden	42	Netherlands	217
Ghana	11	Australia	19	Australia	214
Burundi	10	CAR	26	Denmark	213
Mauritania	13	Germany	19	Sweden	212
Ireland	11	Austria	16	Germany	203
Netherlands	2	United States	3	Switzerland	198
Switzerland	34	Ireland	6	United States	194
Singapore	11	Switzerland	12	Austria	192
Norway	6	Singapore	3	Ireland	184

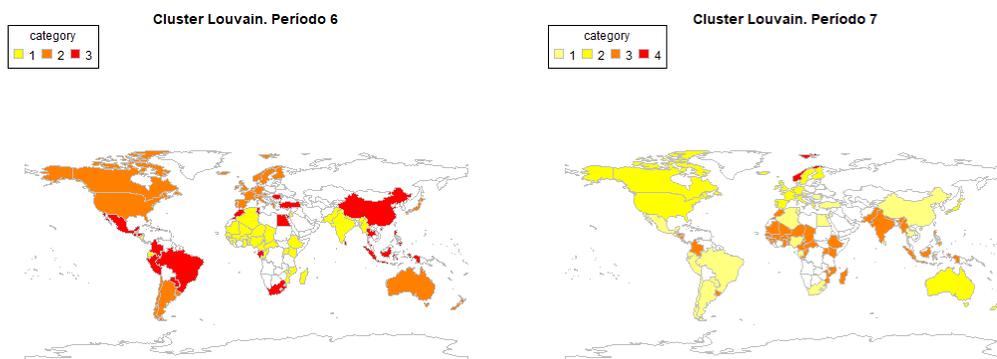
A.5. Clusters



(a) Red "1978-1984".

(b) Red "1985-1991".

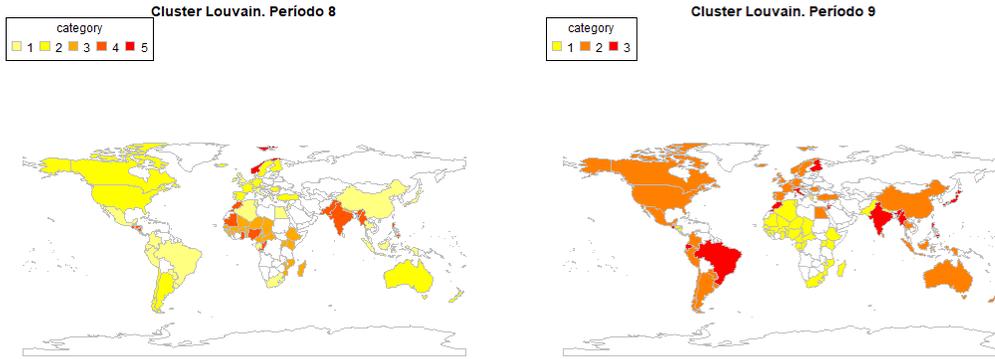
Figura 11: Clusters georreferenciados.



(a) Red "1992-1998".

(b) Red "1999-2005".

Figura 12: Clusters georreferenciados.



(a) Red "2006-2011".

(b) Red "2012-2019".

Figura 13: Clusters georreferenciados.

A.6. Estimaciones ERGM vs Logit

	ERGM		LOGIT	
	(1)	(3)	(4)	(5)
$d_{i,j}$	0.07**	0.05**	-0.001	-0.01
edges	-3.61**	-2.87**	2e-06	2e-06
transitivities	1.84**	1.50**		
timecov1	0.10**	0.10***	0.13***	0.14***
memory		0.47**		
eci		-0.06**	0.01	0.01
timecov2.eci		0.01**		
time control	YES	YES	YES	YES

* Null hypothesis value outside the confidence interval.

Cuadro 6: convergence networks TERGM

	(0.01) z=5	(0.01)z=4	(0.1) z=5	(0.1)z=4	(0.5)z=5	(0.5)z=4
<i>país</i>						
<i>gdp pc(t-z)</i>	-0.06	0.02	-0.06	-0.13	-0.32	-0.18
	-0.05	-0.05	-0.1	-0.09	-0.24	-0.26
<i>eci(t-z)</i>	0.04	-0.01	0.07	0.15	0.3	0.42
	-0.05	-0.05	-0.09	-0.09	-0.24	-0.28
<i>margen</i>	0.11	0.21*	0.21	0.09	0.5	0.81*
	-0.07	-0.08	-0.15	-0.13	-0.34	-0.33
<i>inv</i>	0.26	0.5	1.4	0.52	-0.7	-1.05
	-0.4	-0.49	-0.82	-0.71	-2.15	-2.51
<i>díadas</i>						
<i>d_{i,j}(t-z)</i>	-0.03	-0.03	-0.1	-0.14	0.47	0.69*
	-0.07	-0.07	-0.12	-0.12	-0.3	-0.31
$ eci_i(t-z) - eci_j(t-z) $	-0.02	-0.04	0	0.01	-0.31	-0.48
	-0.07	-0.07	-0.12	-0.12	-0.35	-0.37
$ margen_i(t-z) - margen_j(t-z) $	-0.08	0.15	0.18	-0.07	-1.02	-0.91
	-0.08	-0.11	-0.19	-0.14	-0.58	-0.52
$ inv_i(t-z) - inv_j(t-z) $	1.27*	1.2	-0.89	-0.04	-1.44	-0.96
	-0.53	-0.65	-1.16	-0.97	-3.03	-3.5
<i>estructurales</i>						
<i>edges(t-z)</i>	-1.82*	-3.63***	-3.47	-1.63	-0.98	-4.23
	-0.86	-1.04	-1.81	-1.49	-4.05	-4.77
AIC	2938.11	2932.46	1237	1241.4	262.79	258.59
BIC	2996.12	2990.47	1295.01	1299.42	320.81	316.6
Log Likelihood	-1460.06	-1457.23	-609.5	-611.7	-122.4	-120.29

*** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Cuadro 7: convergence networks ERGM (single network). BBK method.

	z=6	z=5	z=4
<hr/>			
país			
<hr/>			
lnrgdpo pc(t-z)	-0.03	-0.04	-0.05
	-0.03	-0.03	-0.03
eci(t-z)	0.19***	0.15***	0.26***
	-0.03	-0.03	-0.03
margen(t-z)	0.10*	0.18***	0.15**
	-0.04	-0.05	-0.05
inv(t-z)	0.22	0.53*	0.4
	-0.23	-0.26	-0.3
<hr/>			
díadas			
<hr/>			
$d_{i,j}(t-z)$	0.38***	0.30***	0
	-0.04	-0.04	-0.04
$ eci_i(t-z) - eci_j(t-z) $	-0.90***	-0.95***	-0.81***
	-0.05	-0.05	-0.05
$ margen_i(t-z) - margen_j(t-z) $	-0.01	0.01	0.21**
	-0.04	-0.05	-0.07
$ inv_i(t-z) - inv_j(t-z) $	-0.65*	-0.78*	-2.02***
	-0.32	-0.35	-0.41
<hr/>			
estructurales			
<hr/>			
edges(t-z)	0.48	0.63	1.21*
	-0.49	-0.53	-0.61
AIC	6355.15	6202.61	6250.9
BIC	6413.72	6261.18	6309.47
Log Likelihood	-3168.58	-3092.31	-3116.45
<hr/>			

*** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Cuadro 8: convergence networks ERGM (single network). MVA method.

A.7. Estimación utilizando un grafo de convergencia: MVA vs BBK

Utilizar la matriz MVA tiene una mayor intuición conceptual que el método BBK, en el sentido de que se construye con una simple desigualdad matemática, y se complementan de forma sólida con la proposición teórica que fundamenta el uso de los métodos de estimación mediante grafos. BBK, Kalofolias para ser precisos, es sensible al uso de los parámetros que se utilizan, a saber α y γ en el desarrollo del modelo de identificación del grafo (kalofolias, 2016). Esto le brinda una versatilidad y flexibilidad al método, pero por otro lado deja entrever los grados de libertad que tiene la técnica como forma de identificación del grafo. En el extremo, hay infinitas posibilidades. Sin embargo, esta frase se debe matizar ya que el γ que se utiliza para maximizar la probabilidad de estar identificando adecuadamente el grafo debe ser bajo para que se logren identificar más aristas. Es por esto que se partió de un γ cercano a uno y se fue descendiendo hasta lograr identificar aristas. Así se ofrecen estimaciones para γ cercanos a cero. Luego, debido a la ausencia de dispersión del grafo (muchos unos) lo cual no brinda información relevante, se depuró con un método probabilístico para identificar las aristas relevantes. Así, mediante la técnica de backbone extraction se pudo identificar un grafo, que no está ni lleno de unos ni lleno de ceros, requisito necesario para la identificación de los efectos a la hora de estimar.

	z=6(MVA)	z=5 (MVA)	(0.5) z=4 (BBK)
país			
lnrgdpo pc(t-z)	-0.03	-0.04	-0.18
eci(t-z)	0.19***	0.15***	0.42
margen(t-z)	0.10*	0.18***	0.81
inv(t-z)	0.22	0.53*	-1.05
díadas			
$d_{i,j}$ (t-z)	0.38***	0.30***	0.69*
$ eci_i(t-z) - eci_j(t-z) $	-0.90***	-0.95***	-0.48
$ margen_i(t-z) - margen_j(t-z) $	-0.01	0.01	-0.91
$ inv_i(t-z) - inv_j(t-z) $	-0.65*	-0.78*	-0.96
estructurales			
edges(t-z)	0.48	0.63	
AIC	6355.15	6202.61	258.89
BIC	6413.72	6261.18	316.6
Log Likelihood	-3168.58	-3092.31	-120.29

*** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Cuadro 9: Estimaciones MVA y BBK method para las que d_{ij} dio significativo.

De las disquisiciones anteriores se desprende un esfuerzo por realizar un trabajo riguroso para identificar "el grafo", fundamentado en métodos estadísticos de trabajos anteriores. Esto sirve como forma de robustez al análisis, aunque en términos estadísticos, se observa en el siguiente cuadro que los efectos de la mayoría de las variables son no significativas. Además, nuestra variable $d_{i,j}$ relevante a a la hora de discutir la convergencia se muestra con signos contrarios, aunque en ningún caso se puede afirmar que sea distinta de cero. Al observar la bondad de ajustes de los modelos, además, se puede apreciar malos ajustes, lo que muestra que por este método nada indica que se deba descartar los resultados encontrados con el método MVA.

Salvando este deficiente ajuste, el único caso en que $d_{i,j}$ es significativo sigue siendo positivo al igual que en las estimaciones de la tabla 1. Como confirmación de estos resultados, el grafo único mediante la técnica MVA también presenta un $d_{i,j}$ positivo y significativo (ver 9). En términos resumidos, de todas las estimaciones realizadas para el método BBK y MVA que son significativas en la variable de interés todas tienen una probabilidad significativa en la distancia lo que confirma la hipótesis 4.2.